

NOM

PRENOM

DS 2 : Exploitation des signaux

Vendredi 14 Octobre - 4h

Apprentissage	A	B	C	D
<i>Savoir son cours/TD basique</i>				
<i>Maîtriser son cours/TD basique</i>				
<i>Maîtriser son cours/TD avancé</i>				
Compétences	A	B	C	D
<i>S'approprier, s'informer</i> : maîtrise de l'énoncé				
<i>Réaliser</i> : faire des calculs, des schémas				
<i>Analyser, valider</i> : Analyser les situations et les résultats, prendre du recul, faire preuve d'esprit critique				
<i>Communiquer</i> : Qualité de l'expression écrite				
<i>Soin de la copie</i> : Résultats encadrés, orthographe, couleurs.				

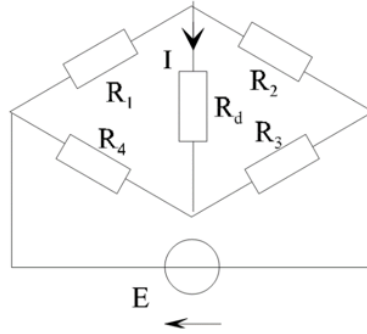
Contrôle d'une résistance

Dans un prototype de smartphone, une diode de notifications est régulièrement grillée. L'examen de la diode fournie par le fabricant montre que la résistance de protection de la diode doit prendre une valeur bien précise. Afin de la vérifier, on place le résistor dans un pont de Wheatstone, à la place de la résistance R_1 . R_3 et R_4 sont des résistances étalons.

Fonctionnement du pont

On fait varier la valeur de la résistance R_2 jusqu'à mesurer $I = 0$: on dit alors que le pont est à l'équilibre. On supposera cette condition respectée dans cette première partie de l'exercice.

- //Aide// Comment sont associées les résistances R_1 et R_2 ? R_3 et R_4 ?
- En déduire directement l'expression de U_4 (resp. U_1), tension aux bornes de la résistance R_4 (resp. R_1), en fonction de E , R_4 et R_3 (resp. E , R_1 et R_2).
- Montrer que $U_1 = U_4$.
- En déduire que $R_2 R_4 = R_1 R_3$.



Mise en œuvre du pont

En pratique, on remplace le générateur de tension continue par un Générateur Basse Fréquence de 1.3 kHz, délivrant une tension $e(t)$.

On suppose que la tension aux bornes de R_d est $u_d(t) = u_0 \cos(\omega t)$ et l'intensité du courant la traversant est $i(t) = i_0 \sin(\omega t)$, avec $u_0 = 1 \text{ V}$ et $i_0 = 1 \text{ A}$.

On dérègle tout d'abord R_2 de façon à avoir $I \neq 0$ et on effectue une acquisition du signal aux bornes de R_d , afin de contrôler que le dispositif fonctionne bien, à l'aide d'une carte d'acquisition et d'un logiciel de traitement sur ordinateur.

- Proposer des paramètres d'acquisition pertinents pour le signal. On justifiera soigneusement la valeur proposée pour la fréquence d'échantillonnage.

On place maintenant directement un multimètre en dérivation aux bornes de R_d à la place de la carte d'acquisition.

- Le multimètre doit-il être utilisé en Voltmètre ou en Ampèremètre ?
- Quelle est la valeur moyenne du signal mesuré par le multimètre ?
- Quelle est sa valeur efficace ? Effectuer l'application numérique.
- On règle le multimètre en mode **DC**, puis en **AC** et enfin en **AC+DC**. Quel est le résultat affiché par le multimètre dans chaque cas ?

On fait maintenant varier la valeur de R_2 jusqu'à avoir affiché à l'écran 008.6 mV ou mA. La notice de l'appareil indique :

	V_{DC} ou I_{DC}	V_{AC} ou I_{AC}
Toute fréquence	0.1 % + 1 c	
400 Hz		0.75 % + 2 c
1 000 Hz		0.75 % + 2 c
5 000 Hz		1.7 % + 2 c
20 000 Hz		3 % + 2 c

Précision de l'instrument de mesure

- La valeur affichée permet-elle de déterminer R_1 ? Justifier.

Prospection sismique

Les ondes sonores émises par une source ponctuelle A sont traditionnellement représentées par des cercles concentriques centrés sur A , appelés "surfaces d'ondes". Introduisons graphiquement le concept de "rayons acoustiques" :

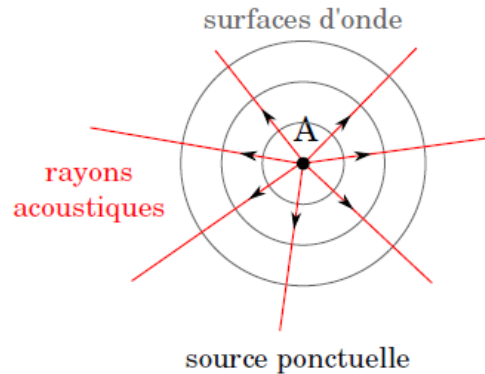


FIGURE 1 – Rayons acoustiques et surfaces d'ondes

Par construction les rayons acoustiques sont toujours perpendiculaires aux surfaces d'ondes. On peut montrer que les lois de la réflexion et de la réfraction des rayons acoustiques sont parfaitement analogues aux lois équivalentes relatives aux rayons lumineux. Une analogie est donc possible entre source acoustique ponctuelle et objet ponctuel en optique.

A la suite d'un séisme, différentes ondes se propagent à partir de l'épicentre, dont les ondes (S) de cisaillement (transversales).

1. Définir, en quelques mots, ce qu'est une onde transversale.

Dans la suite nous ne considérerons qu'un seul type d'onde, et on supposera qu'elles ont un comportement analogue à celui des ondes lumineuses : leur propagation est rectiligne dans un milieu homogène et vérifie les lois de Descartes concernant la réflexion et la réfraction.

On assimile la séparation croûte "terrestre - manteau" à un dioptré plan. Dans la croûte terrestre la vitesse de propagation des ondes est notée v_c , dans le manteau elle est notée $v_m > v_c$. On peut faire apparaître l'équivalent d'un indice pour chaque milieu. On notera n_c l'indice de croûte terrestre et n_m l'indice du manteau,

$$n_c = \frac{c_0}{v_c} ; n_m = \frac{c_0}{v_m}$$

où c_0 est une vitesse de référence absolument quelconque et inutile.

2. Donner les lois équivalentes aux lois de Descartes relatives à la réfraction. Faire un schéma clair.
3. Montrer que, pour une onde incidente provenant de la croûte terrestre et faisant un angle d'incidence i_c avec la normale au dioptré, il existe un angle limite $i_{c,l}$ au delà duquel la réfraction n'est plus possible. De quel phénomène s'agit-il ? Exprimer $i_{c,l}$ en fonction de v_c et v_m .

Lorsqu'un séisme a lieu, pour le seul type d'onde considéré, le sismographe enregistre 2 ou 3 signaux : une onde directe, une onde réfléchie et une onde nommée "conique", dont l'existence est discutée ci-dessous. L'onde conique frappe le dioptre avec l'angle limite $i_{c,l}$, se propage dans le manteau en rasant la surface de séparation puis ressort avec le même angle.

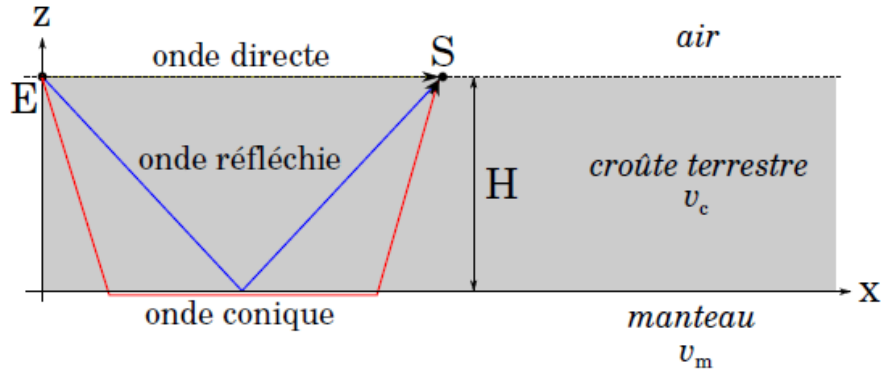


FIGURE 2 – Schéma représentant les trajets des ondes directe, réfléchie et conique. E est l'épicentre du séisme, S la station sismique, H l'épaisseur de la croûte terrestre et Δ la distance entre E et S .

4. Déterminer la distance minimale Δ_m entre l'épicentre et le sismographe, pour que l'onde conique puisse être détectée en fonction de H et $i_{c,l}$.
5. Le sismographe est placé à une distance $\Delta < \Delta_m$. Calculer les temps de parcours des 2 ondes directe et réfléchie, que l'on notera respectivement t_D et t_R , en fonction de Δ , v_c et éventuellement H .
6. Exprimer la profondeur de la croûte terrestre H en fonction de la durée τ qui sépare l'arrivée d'une onde directe et d'une onde réfléchie.
7. Dans les Alpes, on a relevé une valeur de $\tau = 3,91$ s, une distance épacentrale de $\Delta = 105,5$ km. En déduire la profondeur H sachant que la vitesse d'une onde dans la croûte terrestre, au niveau des Alpes, est de l'ordre de $6,25 \text{ km.s}^{-1}$.

On se place maintenant dans le cas où la station est à une distance $\Delta > \Delta_m$. On peut alors montrer que le temps de parcours de l'onde conique, noté t_C , est ¹ :

$$t_C = \frac{\Delta}{v_m} + \frac{2H}{v_c} \sqrt{1 - \left(\frac{v_c}{v_m}\right)^2}$$

8. On fournit sur le graphe ci-dessous l'allure théorique de t_D , t_R et t_C en fonction de Δ . Affecter à chaque courbe le temps de parcours associé. Justifier.

1. Un bonus pour celui/celle qui le prouve élégamment !

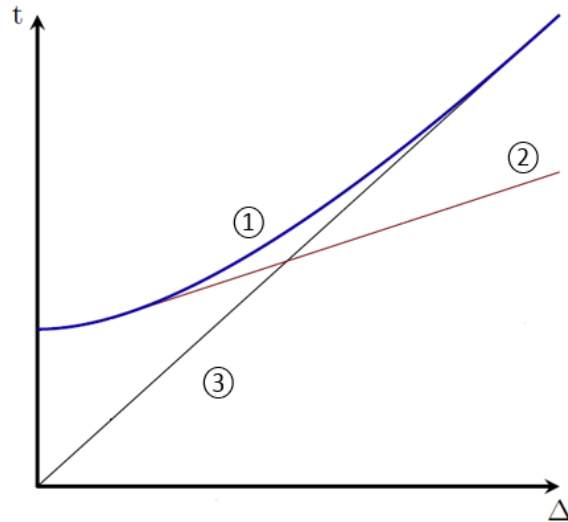


FIGURE 3 – Temps de parcours pour les trois types d'onde

Les scientifiques d'il y a plusieurs décennies ont alors eu l'idée d'exploiter ces courbes théoriques pour faire de la prospection sismique. Aujourd'hui, le principe est de provoquer artificiellement une perturbation acoustique à l'aide d'un camion spécial, en E (cf site internet).

On place alors plusieurs sismographes sur le terrain à caractériser à des distances différentes du camion, et on enregistre les courbes obtenues. On en tire alors la courbe suivante :

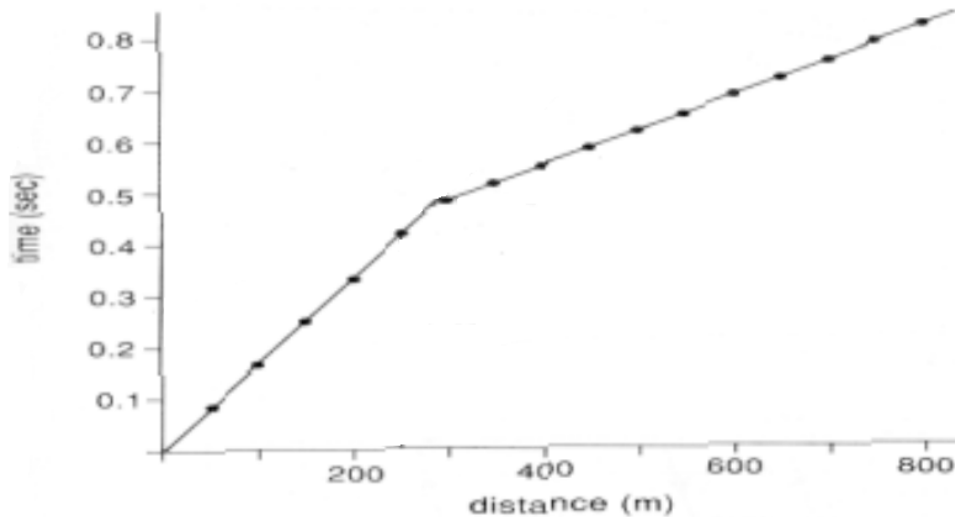


FIGURE 4 – Temps de propagation de la première onde reçue en fonction de la distance du sismographe à l'épicentre

9. Déterminer v_c et v_m par examen des pentes des courbes.
10. A l'aide de l'ordonnée à l'origine, en déduire H .

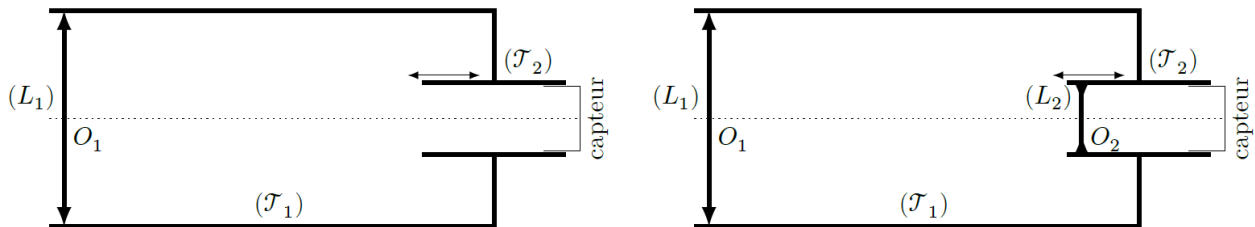
Éléments optiques de la chaîne d'acquisition d'images (Centrale 2016 - TSI)

On s'intéresse à quelques éléments du matériel d'un astronome amateur adepte de l'imagerie numérique et désirent photographier Jupiter lors d'une période favorable à son observation.

- Pour un observateur terrestre, Jupiter est vue sous un angle α qui varie suivant la distance Terre-Jupiter. Les orbites de la Terre et de Jupiter sont assimilées à des cercles dans un même plan, ayant pour centre le Soleil, de rayons respectifs $R_T = 150.10^6$ km et $R_J = 780.10^6$ km et décrits dans le même sens. Jupiter est modélisée par une sphère de diamètre $d_J = 140000$ km.
 - Calculer sous quel angle maximal α_0 on voit Jupiter depuis la Terre.
 - Cette situation, la plus favorable à l'observation, porte le nom d'opposition de Jupiter. Proposer une explication pour ce nom à l'aide d'un schéma.

À cause des imperfections du modèle, la valeur de α_0 n'est pas exactement celle trouvée dans la question 1, mais $\alpha_0 = 50''$ (On rappelle que $60' = 1^\circ$ et $60'' = 1'$). On adoptera cette valeur dans toute la suite du problème.

- L'astronome amateur désire photographier la planète Jupiter vue depuis la Terre à l'opposition. Il utilise une lunette astronomique (voir ci-dessous) dont l'objectif est assimilé à une lentille mince convergente L_1 de diamètre $d_1 = 235$ mm et de distance focale $f'_1 = 2350$ mm, monté sur un tube \mathcal{T}_1 . Une caméra CCD est fixée sur un tube \mathcal{T}_2 appelé *porte oculaire*. La mise au point est faite en faisant coulisser \mathcal{T}_2 . Dans toute la suite, on se placera dans le cadre de l'optique géométrique et dans les conditions de Gauss.



Le fabricant de la caméra donne les caractéristiques techniques suivantes pour le capteur : modèle ICX618, type CCD, noir et blanc, rectangulaire de base $l_c = 3,59$ mm et de hauteur $h_c = 2,69$ mm, surface $S_c = 9,63$ mm², comptant $N = 307200$ pixels de forme carrée.

- Quelles sont les conditions de Gauss ?
- Quelle est l'approximation fondamentale de l'optique géométrique qui permet de se placer dans "le cadre de l'optique géométrique" décrit dans l'énoncé ?
- Calculer la largeur ε_c d'un pixel.

- (d) Expliquer pourquoi il est très raisonnable de considérer que Jupiter est située à l'infini, ce qu'on supposera pour toute la suite.
 - (e) À quelle distance de L_1 faut-il placer le capteur pour y obtenir une image nette de Jupiter ?
 - (f) Sur l'annexe 1, former l'image de Jupiter sur le capteur.
 - (g) Quelle est alors la largeur, exprimée en nombre de pixels, de l'image de Jupiter sur le capteur ?
3. Pour obtenir une image plus grande de la planète, on intercale une lentille de Barlow, modélisée ici par une lentille mince (L_2) divergente, de distance focale f'_2 , placée à la distance $D_{2c} = 200$ mm du capteur (cf ci-dessus, à droite).

La mise au point se fait en translatant l'ensemble (L_2 -capteur), fixé sur le tube porte oculaire. On notera D_{12} la distance entre (L_1) et (L_2) et on admettra que F'_1 est situé entre (L_2) et le capteur.

- (a) Sur l'annexe 2, former l'image d'un point de Jupiter situé sur l'axe optique de (L_1) sur le capteur. On fera apparaître les distances D_{12} et D_{2c} .
- (b) Déterminer la distance $\overline{O_2F'_1}$ pour que le dispositif produise sur le capteur de la caméra une image de Jupiter trois fois plus large que précédemment. En déduire à quelle valeur on doit régler D_{12} .
- (c) Comment faut-il choisir f'_2 ?
- (d) Le dispositif de Barlow est alors qualifié de *tripleur de focale*. Proposer une justification à ce terme.
- (e) (Hors barême) Sur l'annexe 3, construire l'image sur le capteur d'un point image de Jupiter en-dehors de l'axe optique.

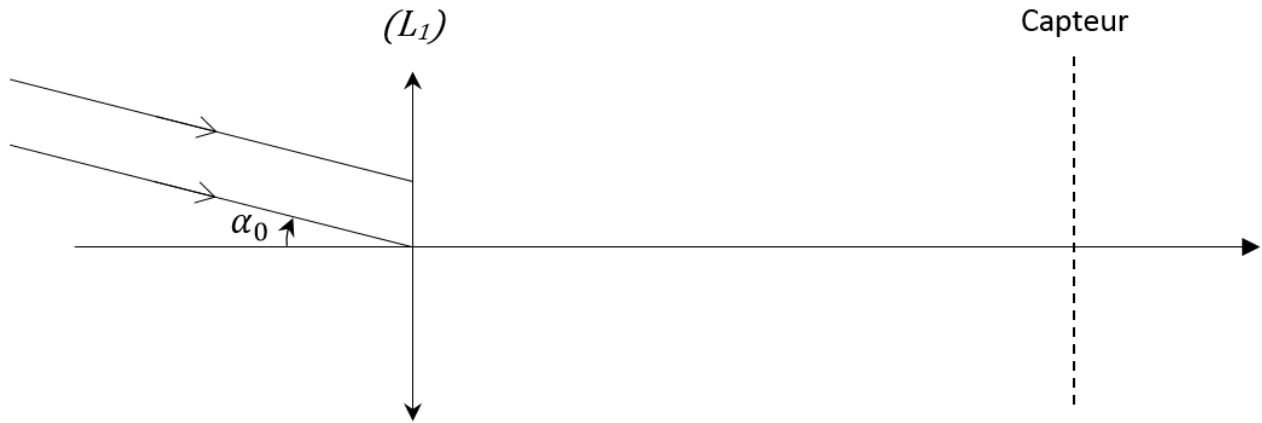


FIGURE 5 – Annexe 1

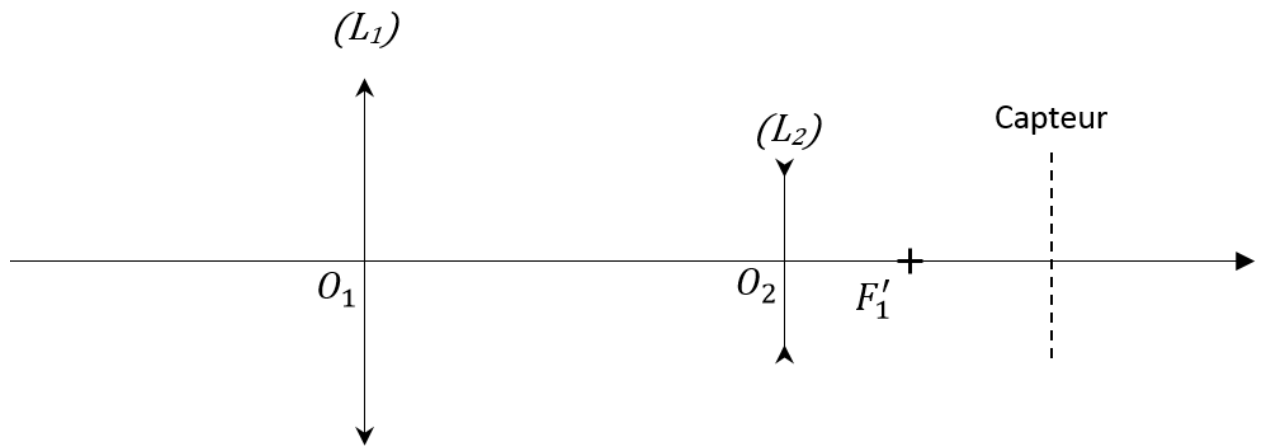


FIGURE 6 – Annexe 2

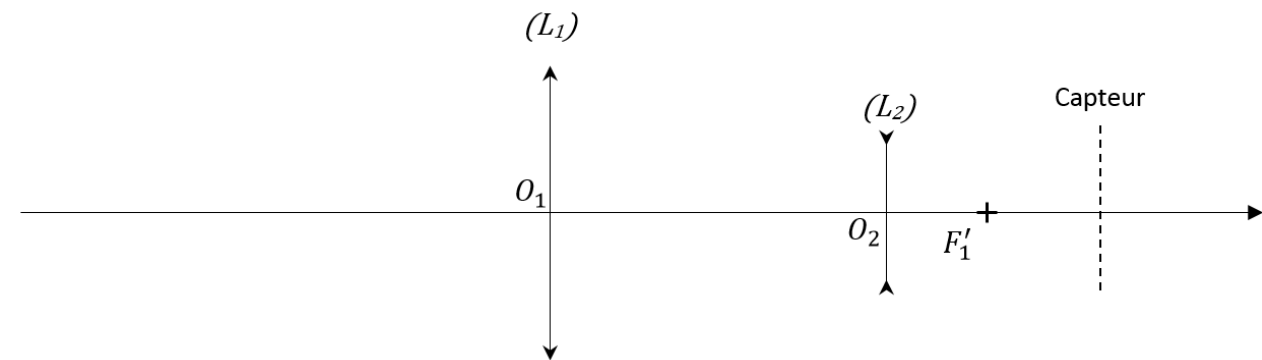


FIGURE 7 – Annexe 3