Colle 3

Question de cours :

Donner la définition d'une fonction convexe et donner un exemple.

Exercice classique :

Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2+x+1}+x$ puis résoudre $2^{x^3}-3^{x^2}=0$

Exercice 1 :

Domaine de validité et résolution de $\ln(2x+12)+\ln(5-x)\geq \ln(63-3x^2)$.

Exercice 2 :

Étudier $f : x \mapsto \frac{x^3-6x^2+9x}{x^2-4x+4}$.

Question de cours :

Donner la définition de la fonction exponentielle.

Exercice classique :

Résoudre $\ln(x^2-2x) > \ln(4x-5)$ puis donner $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x$

Exercice 1 :

Soit $a>0$, établir, pour tout $x\in[0;a]$, l'encadrement $\frac{\ln(1+a)}{a}x \leq \ln(1+x)\leq x$.

Exercice 2 :

Étudier $x \mapsto \frac{x^3-2x^2+x+8}{x^2-4}$.

Question de cours :

Énoncer le théorème sur la dérivation d'un produit et le démontrer.

Exercice classique :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{\exp(x)}{1+\exp(x)}$.

1. Dresser le tableau de variations complet de f.
2. Montrer que f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ et que, pour tout $x\in\mathbb{R}$, $f''(x)=\frac{e^x(1-e^x)}{(1+e^x)^3}$.
3. Étudier la convexité et les éventuels points d'inflexion de f.
4. Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle I que l'on précisera.
5. Montrer que, pour tout $n\in\mathbb{N}\setminus\{0,1\}$, il existe un unique $u_n\in\mathbb{R}$ tel que $f(u_n)=\frac{1}{n}$.
6. Etudier la dérivabilité de la réciproque de f.
7. Expliciter la réciproque de f.

Exercice 1 :

Donner le domaine de validité puis résoudre $2^{\sqrt{x}}=(5^x)^2$.

Exercice 2 :

Domaine de validité et résolution de $2e^x-3e^{-x}-5=0$.

Exercice :

Étudier $x \mapsto \frac{x^3+3x^2+x-9}{x^2-3}$.