Exercice 2

1) Système ouvert lorsque S_2 est ouverte et fermé lorsque S_2 est fermée.
   → ouvert lorsqu'on pousse le piston vers la droite
   → fermé lorsqu'on tire le piston vers la gauche.

2) Quantité de matière initiale dans le récipient : $n_0 = \frac{P_0 V_0}{RT_0}$
Quantité de matière maximale admise dans la pompe : $n_p = \frac{P_0 V_p}{RT_0}$

Après une phase de gonflage, quantité de matière dans le récipient :

$$n_1 = n_0 + n_p = \frac{P_0}{RT_0}(V_0 + V_p)$$

Après i allers-retours,

$$n_i = n_0 + i n_p = \frac{P_0}{RT_0}\left(V_0 + i V_p\right)$$

Ainsi, $P_1 = \frac{n_1 R T_0}{V_0} = P_0 + P_0 \frac{V_p}{V_0} = \underline{P_0\left(1 + \frac{V_p}{V_0}\right)} = P_0(1+\alpha)$.

$$\boxed{P_i = P_0\left(1 + i\frac{V_p}{V_0}\right)} = P_0\,(1+i\alpha) \qquad \text{Posons } \alpha = \frac{V_p}{V_0}$$

3) Au cours de la première phase de gonflage :
   → aller : système fermé mais ne subit aucun travail (isoV)
   → retour : système ouvert.

Nouveau système : {récipient + pompe}

→ retour : gauche vers droite : Système fermé

→ aller : droite vers gauche : Système ouvert ⁚.

Volume | initial : $V_i = V_0 + V_p$
| final : $V_f = V_0$

On cherche le travail pendant la phase retour :

$$W_1 = -\int_{V_0+V_p}^{V_0} P_{ext}\, dV$$

Transformation quasi-stationnaire : Equilibre méca vérifié (MR)

$P_{ext} = P$ (pression dans le système) or, l'équation d'état des GP donne $p = \frac{n_1 R T_0}{V}$ (isoT; volume du système)

Ainsi : $$W_1 = -\int_{V_0+V_p}^{V_0} P\, dV = -n_1 R T_0 \int_{V_0+V_p}^{V_0} \frac{dV}{V} = -n_1 R T_0 \ln\left(\frac{V_0}{V_0+V_p}\right) > 0$$

Le système reçoit un travail.

$$\boxed{W_1 = p_0 V_0 (1+\alpha) \ln(1+\alpha)}$$

4) La soupape ne s'ouvre que si $P_{pompe} > P_{i-1}$ ..

Deux étapes :

- $P_{pompe} < P_{i-1}$

On s'intéresse au système : {pompe} → n_p

$$P_{pompe} = \frac{n_p R T_0}{V_{pompe}} \qquad P_{pompe} = P_{i-1} \text{ pour } V = \frac{n_p R T_0}{P_{i-1}} = \frac{n_p R T_0}{P_0(1+(i-1)\alpha)} = \frac{V_p}{1+(i-1)\alpha}$$

La première étape dure donc de V_p à $\dfrac{V_p}{1+(i-1)\alpha}$

$$W_{i,1} = -\int_{V_p}^{\frac{V_p}{1+(i-1)\alpha}} P_{ext}\, dV = -n_p R T_0 \ln\left(\frac{1}{1+(i-1)\alpha}\right)$$

$$= -P_0 V_p \ln\left(\frac{1}{1+(i-1)\alpha}\right)$$

– Soupape ouverte : système : {pompe + réservoir}.

n_i : qté matière système.

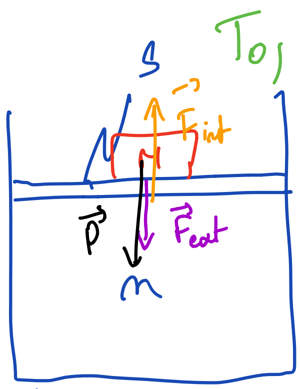
$$W_{i,2} = -\int_{\frac{V_p}{1+(i-1)\alpha}+V_0}^{V_0} P_{ext}\, dV = -n_i T_0 R \ln\left(\frac{V_0}{\frac{V_p}{1+(i-1)\alpha}+V_0}\right)$$

$$W_{i,2} = -P_i V_0 \ln\left(\frac{1+(i-1)\alpha}{1+i\alpha}\right)$$

Ainsi : $$W_i = -P_0 V_p \ln\left(\frac{1}{1+(i-1)\alpha}\right) - P_i V_0 \ln\left(\frac{1+(i-1)\alpha}{1+i\alpha}\right)$$

$$\boxed{W_i = -P_0 V_0 \alpha \ln\left(\frac{1}{1+(i-1)\alpha}\right) - P_0 V_0(1+i\alpha) \ln\left(\frac{1+(i-1)\alpha}{1+i\alpha}\right)}$$

Exercice 1



1) Brutale → Adiabatique

On ne peut rien dire sur T_1.

2) Équilibre mécanique : paroi au repos.

La paroi est soumise à :

→ La force pressante due à l'air extérieur : $\vec{F}_{ext} = P_0 S \vec{n}$ avec $\vec{n}$ vecteur unitaire ortho à la paroi et orienté vers le bas.

→ La force pressante due à l'air int : $\vec{F}_{int} = -P_1 S \vec{n}$

→ L'action de la masse M : $\vec{P} = Mg\vec{n}$

L'équilibre se traduit par : $P_0 S + Mg - P_1 S = 0 \Rightarrow \boxed{P_1 = P_0 + \frac{Mg}{S}}$

3) D'après le premier principe de la thermodynamique :

$$\Delta U = W + Q.$$

→ $Q = 0$ car la transfo est supposée adiabatique.

→ $W = -\int_{V_0}^{V_1} P_{ext}\, dV$ avec V_0 le volume du système à l'EI et V_1 le volume à l'E1.

→ $\Delta U = C_V \Delta T = C_V(T_1 - T_0)$ car le système est un gaz parfait.

Le système a une évolution monobare à $P_{ext} = P_1$

$$W = -\int_{V_0}^{V_1} P_1 \, dV = -P_1 \int_{V_0}^{V_1} dV = -P_1 (V_1 - V_0)$$

Donc, $\boxed{C_V (T_1 - T_0) = -P_1 (V_1 - V_0)}$

4) Or, le GP est diatomique, donc $C_V = \frac{5}{2} nR$ et $V_1 = \frac{nRT_1}{P_1}$ et $V_0 = \frac{nRT_0}{P_0}$

Donc, $\frac{5}{2} \cancel{nR} (T_1 - T_0) = -P_1 \left(\frac{\cancel{nR} T_1}{P_1} - \frac{\cancel{nR} T_0}{P_0} \right)$

Soit, $\frac{5}{2} (T_1 - T_0) = -\left(T_1 - T_0 \frac{P_1}{P_0} \right)$

Ainsi, $\left(\frac{5}{2} + 1 \right) T_1 = \left(\frac{5}{2} + \frac{P_1}{P_0} \right) T_0 \Rightarrow \boxed{T_1 = T_0 \frac{2}{7} \left(\frac{5}{2} + \frac{P_1}{P_0} \right)}$

Or, $V_1 = \frac{nRT_1}{P_1}$ donc, $V_1 = \frac{2nRT_0}{7P_1} \left(\frac{5}{2} + \frac{P_1}{P_0} \right) = \frac{2nRT_0}{7P_0} \left(\frac{5P_0}{2P_1} + 1 \right)$ V_0

$$\boxed{V_1 = \frac{2V_0}{7} \left(\frac{5P_0}{2P_1} + 1 \right)}$$

5) En réalité, il y a des tr thermiques → Eq méca + rapide que eq thermique

6) $\boxed{P_2 = P_1 = P_{ext}}$ car éq méca. → Monobare avec $P_2 = P_1 = P_{ext}$.

Etat 2 : équilibre thermique → $\boxed{T_2 = T_0}$

Eq état des GP : $\boxed{V_2 = \frac{nRT_2}{P_2} = \frac{nRT_0}{P_0 + \frac{mg}{S}}}$

7) → Transfo monobare : $W = -P_{ext}\Delta V = -P_1(V_2 - V_1) = -P_2V_2 + P_1V_1$

→ GP : $\Delta U = C_V(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}nR(T_2 - T_1)$

D'après le premier principe :

$$Q = \Delta U - W = \frac{5}{2}nR(T_2 - T_1) + \underbrace{P_2V_2}_{nRT_2} - \underbrace{P_1V_1}_{nRT_1}.$$

$$= \frac{5}{2}nR(T_2 - T_1) + nR(T_2 - T_1)$$

$$= \underbrace{\frac{7}{2}nR}_{C_p}(T_2 - T_1)$$

$$\boxed{Q_{tot} = Q = \frac{7}{2}nR(T_2 - T_1) < 0}$$

$$W_{tot} = -P_2(V_2 - V_1) - P_1(V_1 - V_0) = -P_1(V_2 - V_1) - P_1(V_1 - V_0)$$

$$= -P_1(V_2 - V_0) > 0$$

$$\boxed{\Delta U_{tot} = C_V(T_2 - T_0) = C_V(T_0 - T_0) = 0}$$

8) Quasi-statique → $T_{ext} = cste$ et eq thermique est vérifié

⇒ Isotherme. $T = cste$.

9) $\boxed{T_f = T_0}$ car IsoT.

Eq méca : $\boxed{P_f = P_1} = P_0 + \frac{mg}{S}$

Eq d'ét GP : $\boxed{V_f = \frac{nRT_0}{P_1} = V_2}$.

L'état final est le même !

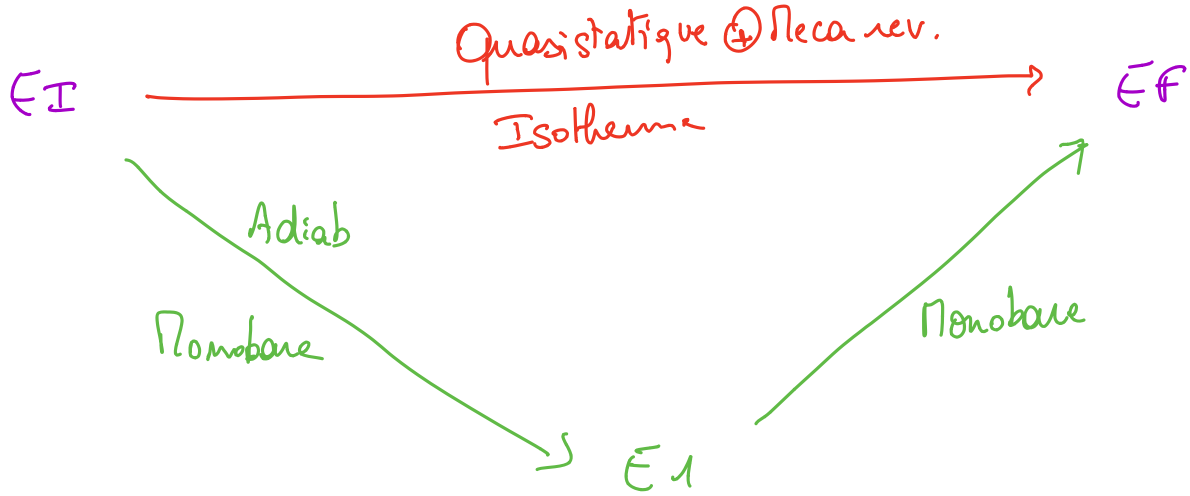
10) 1er ppe : $\Delta U = W + Q$

→ Meca rev ⊕ IsoT :

$$\boxed{W} = -\int_{V_0}^{V_f} P_{ext}\, dV \underset{MR}{=} -\int_{V_0}^{V_f} P\, dV \underset{GP}{=} -\int_{V_0}^{V_f} \frac{nRT_0}{V}\, dV \underset{IsoT}{=} -nRT_0 \int_{V_0}^{V_f} \frac{dV}{V} = \underline{-nRT_0 \ln\left(\frac{V_2}{V_0}\right)}$$

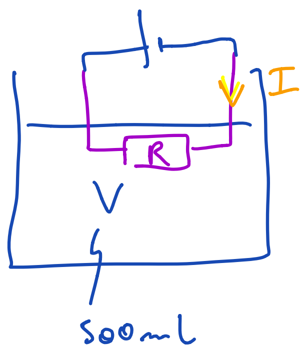
→ $\boxed{\Delta U = C_V \Delta T = 0}$ IsoT. Comme avant → fonction d'état.

→ $\boxed{Q = -W = \underline{nRT_0 \ln\left(\frac{V_2}{V_0}\right)}}$.



Exercice 3

1)



$I = 10\ A$

$R = 220\ \Omega$

Système : { eau }

Appliquons le 1er ppe à ce système :

$$\Delta U = W + Q$$

Ici : $\Delta U = C_{eau}\Delta T$ car l'eau est une phase condensée idéale.

$$= m\, c_{H_2O\,liq}\, \Delta T$$

$$= \rho_{eau} \times V \times c_{H_2O\,liq} \times \Delta T = \rho_{eau} \times V \times c_{H_2O\,liq} \times (T_f - T_{amb}).$$

avec $T_f = 100\,°C$ et $T_{amb} = 20\,°C$.

$\rightarrow W = W_{press} + W_{élec} = 0 + UI\,\Delta t = RI^2 \Delta t$

↳ Δt est la durée du chauffage.

$\rightarrow Q = 0 \rightarrow$ le chauffage est suffisamment rapide pour négliger les transferts thermiques échangés avec l'extérieur.

Donc, $\rho_{eau} \times V \times c_{H_2O\,liq} (T_f - T_{amb}) = RI^2 \Delta t$

$$\boxed{\Delta t = \frac{\underset{kg.L^{-1}}{\rho_{eau}} \times \underset{L}{V} \times \underset{J.K^{-1}.kg^{-1}}{c_{H_2O\,liq}} (\underset{K}{T_f - T_{amb}})}{\underbrace{\underset{\Omega}{R}\,\underset{A^2}{I^2}}_{J}}}$$

<u>AN:</u> $\Delta t = \dfrac{1 \times 0{,}5 \times 4200\,(373 - (273 + 20))}{22 \times 100}$

$$\boxed{\Delta t = 76\ s = 1\ min\ 16\ s}$$

2) On considère le système : { ~~t~~isane + eau froide }.

Par additivité de l'énergie interne :

$$\Delta U = \Delta U_{tisane} + \Delta U_{eau\ froide}$$

Or, $\Delta U = 0$ car le système ne reçoit aucun travail et n'échange aucun transfert thermique.

Ainsi, $\Delta U = m_{tisane} \times c_{H_2O\,liq}(T_f' - T_f) + m_{rob}\, c_{H_2O\,liq}(T_f' - T_{rob})$

avec m_{tisane} : masse de la tisane.
m_{rob} : masse de l'eau du robinet } associées aux volumes V_{tisane}, V_{rob}
$T_f' = 70°C$
$T_{rob} = 6°C$

$$\Delta U = \rho_{eau} \times V_{tisane} \times c_{H_2O\,liq}(T_f' - T_f) + \rho_{eau} V_{rob}\, c_{H_2O\,liq}(T_f' - T_{rob}) = 0$$

Donc, $$V_{rob} = -V_{tisane}\frac{(T_f' - T_f)}{T_f' - T_{rob}} = V_{tisane}\frac{T_f' - T_f}{T_{rob} - T_f'}$$

AN : $$\boxed{V_{rob} = 0{,}2 \times \frac{70 - 95}{6 - 70} = 0{,}08\,L = 80\,mL}.$$

Exercice 4

Système : {sucre + café}

1re méthode :

EI
Sucre à 20°C immobile
à une hauteur h au-dessus
du café à 50°C

EF
Café sucré à 50°C

Le premier principe donne :

$$\Delta U + \Delta E_p + \underbrace{\cancel{\Delta E_c}}_{} = W + Q$$

$\Delta E_c = 0$ car $E_{c,i} = 0$.
$Q = 0$ aucun tr th.
$W = 0$ car pas de forces non-conservatives.

Donc, $\Delta U + \Delta E_p = 0$. (1)

$\rightarrow$ $\Delta E_p = \Delta E_{p_{sucre}} + \Delta E_{p_{café}}$ par additivité de l'énergie potentielle.

$= -mgh + 0 = mgh$.

$\rightarrow$ $\Delta U = \Delta U_{sucre} + \Delta U_{café}$ par additivité de l'énergie interne.

$= C_{sucre}(\underset{50°C}{T_f} - \underset{20°C}{T_{i sucre}}) + C(\underbrace{T_f - T_{i café}}_{=0})$.

or, $C_{sucre} = m\, c_s$

Donc, $\Delta U = m c_s (T_f - T_{i sucre})$ avec $T_{i sucre} = 20°C$.

Donc, d'après (1) :

$$m c_s (T_f - T_{i sucre}) - mgh = 0.$$

Donc, $\boxed{h = -\frac{c_s}{g}(T_{i sucre} - T_f)}$ AN : $h = \frac{500}{9{,}81}(-20+50) = 1{,}5$ km.

2e méthode

EI

Sucre à 20°C à même hauteur que le café et à la vitesse v par rapport au café à 50°C

EF

Café sucré à 50°C

Le premier principe donne :

$$\Delta U + \underbrace{\cancel{\Delta E_p}}_{=0} + \Delta E_c = W + \underbrace{Q}_{=0 \text{ aucun tr th.}}$$

$\hookrightarrow = 0$ car pas de forces non-conservatives.

Donc, $\Delta U + \Delta E_c = 0$. (2)

→ On a toujours : $\Delta U = m c_s (T_f - T_{i\,sucre})$

→ $\Delta E_c = \Delta E_{c\,sucre} + \Delta E_{c\,café} = \Delta E_{c\,sucre} = E_{c_f\,sucre} - E_{c_i\,sucre} = 0 - \frac{1}{2} m v^2$

Donc, d'après (2), $m c_s (T_f - T_{i\,sucre}) = + \frac{1}{2} m v^2$

$$\boxed{v = \sqrt{2 c_s (T_f - T_{i\,sucre})}}$$

AN : $v = 620$ km/h.

3e méthode

EI

café à $T_{i\,café}$

sucre à $20°C = T_{i\,sucre}$

EF

Café sucré $T_f = 50°C$

1er ppe :

$$\Delta U + \underbrace{\cancel{\Delta E_c}}_{=0} + \underbrace{\cancel{\Delta E_p}}_{=0} = \underbrace{\cancel{W}}_{=0} + \underbrace{\cancel{Q}}_{=0}$$

donc $\Delta U = 0$.

Or, $\Delta U = \Delta U_{sucre} + \Delta U_{café} = m c_s (T_f - T_{i\,sucre}) + C (T_f - T_{i\,café})$.

Donc, $-\frac{m c_s (T_f - T_{i\,sucre})}{C} + T_f = T_{i\,café} = T_f - m \frac{c_s}{C} (T_f - T_{i\,sucre})$

Donc, <u>AN</u> ; $T_{i\,café} = 323{,}15 - 5\times10^{-3} \times \frac{500}{100} \times (323{,}15 - 293{,}15)$

$$T_{i\,café} = 323{,}9\ K$$

$$\boxed{T_{i\,café} = T_f + 0{,}75\ K}$$

Exercice 5

Exp 1 :

→ "calorifugé" : adiabatique.

→ "brutalement" : Pas méca rev ni QS.

→ "instantanément" : Monobare

Exp 2 :

"non calorifugé" + "en contact avec un thermostat" → Isotherme.

"instantanément $P_{ext} = 5$ba" → monobare.

2 transfo :

$$\underset{P_I, T_I, V_I}{EI} \xrightarrow{①} \text{Eq méca} \xrightarrow{②} EF$$

① Etape très rapide → Echanges th n'ont pas le temps de s'établir → adiab

② Eq méca atteint et conservé → méca rev + monobare → isobare ($P = P_{ext}$ $\forall t$).

Exp 3 :

"non calorifugé" + "en contact avec un thermostat" → Isotherme.

+ "très progressivement" → quasi-statique.

+ eq méca → Méca rev ⚠ Pas isobare car $P_{ext} \neq$ cste !