Point mathématique X
Extrémum d'une fonction

A Extrémum local

> ***Rappels de cours :*** Soient f une fonction dérivable sur un intervalle ouvert I et c un réel de I.
> $f(c)$ est un extrémum local de f si et seulement si $f'(c) = 0$ et f' change de signe en c.

Remarque :
Si f' ne change pas de signe en c, alors $f(c)$ n'est pas un extrémum, c'est un point d'inflexion.

B Convexité d'une fonction

> ***Rappels de cours :*** Soient f une fonction définie sur un intervalle I et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal.
> On dit que f est **convexe** sur I lorsque sa courbe représentative est située en-dessous de chacune de ses sécantes entre les deux points d'intersection.

Soient f une fonction définie et deux fois dérivable sur un intervalle I.
Les quatre propositions suivantes sont équivalentes :

- f est convexe sur I
- la courbe représentative de f est entièrement située au-dessus de ses tangentes
- f' est croissante sur I
- f'' est positive sur I

C Minimum et maximum locaux

Autour d'un minimum, une fonction est **convexe**, sa dérivée seconde est donc positive.

Autour d'un maximum, une fonction est **concave**, sa dérivée seconde est donc négative.

Remarque :
En un point d'inflexion, f change de convexité.

> **DÉFINITION**
> **Minimum local :** $f(c)$ est un minimum local si et seulement si :
>
> $$f'(c) = 0 \quad \text{et} \quad f''(c) \geq 0$$
>
> **Maximum local :**$f(c)$ est un maximum local si et seulement si :
>
> $$f'(c) = 0 \quad \text{et} \quad f''(c) \leq 0$$