# Résonance en position d'une masse

TP 18

Nous avons, lors du TP 15, étudié la résonance en intensité d'un circuit RLC-série. Dans ce TP, nous allons tenter de reproduire les mêmes types de mesure sur un système mécanique. Attention, cette étude est assez longue, il est donc vivement conseillé de préparer ce TP si vous voulez le finir.

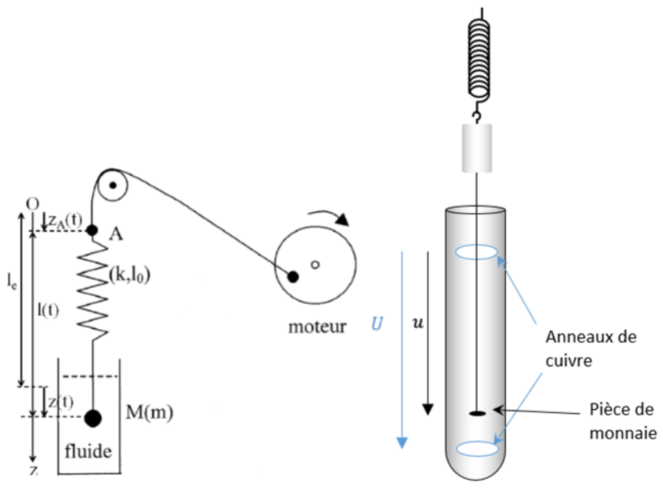
**Matériel à disposition**

- Ressort de constante de raideur inconnue
- Masses marquées
- Règle graduée
- Ordinateur
- Moteur asymétrique
- Association ressort / masse / pièce de monnaie
- Anneaux de cuivre et éprouvette graduée remplie d'eau
- Alimentation continue pour le moteur et les anneaux

## Présentation du dispositif expérimental

Un moteur dont on peut faire varier la vitesse de rotation en changeant sa tension d'alimentation, provoque par un système fil-poulie, l'excitation de l'extrémité supérieure d'un ressort (amplitude de l'excitateur $Z_0 = 8,0$ mm).
À l'extrémité inférieure du ressort est suspendu un mobile $M$ de masse $m$ (à lire directement sur la masse qui est marquée).

La position du mobile $M$ est repérée à l'aide d'un ingénieux système. On fabrique un condensateur en plaçant dans l'éprouvette deux anneaux de cuivre aux bornes desquels on applique une tension continue. La masse est alors reliée à une tige rigide (de masse négligeable) en cuivre dont l'extrémité, plongée entre les deux anneaux, est reliée à une pièce de monnaie (1 cent). On relève alors la tension entre la tige et un anneau. On considèrera que la tension acquise est une fonction linéaire de la position de la masse qui sera envoyée sur la voie EA0 de Latis Pro.
La pièce de monnaie est donc immergée dans l'eau d'une éprouvette et reliée directement à la masse marquée par une tige rigide : on a bien une force de frottement fluide.




## Étude théorique

La rotation du moteur entraine un déplacement de l'extrémité $A$ du ressort quasi-vertical et sinusoïdal.
On pose $z_A(t) = Z_0 cos(\omega t)$. On note $z(t)$ la position du mobile $M$ à l'instant $t$ par rapport à la position à l'équilibre et $h$ le coefficient de frottement fluide.

### 1 - Équation différentielle

**1/** Établir en s'aidant du schéma la relation liant la longueur du ressort $\ell(t)$ à : $\ell_{eq}(t)$ (longueur à l'équilibre), $z(t)$, et $z_A(t)$.

**2/** En appliquant le principe fondamental de la dynamique, déterminer l'expression de la longueur à l'équilibre. On prendra en compte la poussée d'Archimède.

**3/** Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$ s'écrit :

$$\ddot{z} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{z} + \omega_0^2 z = \omega_0^2 Z_0 \cos(\omega t)$$

avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $Q = \frac{m\omega_0}{h}$. On a également $\tau = \frac{2Q}{\omega_0}$.

### 2 - Étude du régime libre

**4/** Quelle équation différentielle vérifie le système en régime libre ?

**5/** Montrer que l'expression des solutions est :

$$z(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\omega t + \varphi)$$

**6/** Montrer que le décrément logarithmique défini comme :

$$\delta = \ln\left(\frac{z(t)}{z(t+T)}\right)$$

vérifie :

$$\delta = \frac{T}{\tau}$$

**7/** Réexprimer le décrément logarithmique en fonction de h.

### 3 - Étude de la résonance

**8/** À l'aide de la notation complexe, en déduire l'expression de $Z_m$ amplitude réelle des oscillations de $M$ en régime sinusoïdal forcé.

**9/** Rappeler pour quelles valeurs de $Q$ on observe une résonance. Dans ce cas, on rappelle que $f_r = f_0\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$.

**10/** Donner l'allure de la courbe $Z_m$ en fonction de la fréquence $f$ de l'excitateur dans les deux cas.

## Étude expérimentale

### 1 - Détermination de la constante de raideur du ressort

On dispose d'un ressort de constante de raideur $k$ pouvant être placé sur un pied muni d'une règle graduée, et auquel on peut accrocher des masses marquées (la masse sera notée $m$).

**11/** Établir la relation liant les grandeurs $x$ ($x$ est l'allongement : différence entre longueur à l'équilibre et longueur à vide), $k$, $m$ et $g$.

**12/** Proposer un protocole permettant de déterminer la valeur de $k$.

Réaliser le protocole

**13/** En déduire la valeur de $k$.

### 2 - Détermination du coefficient d'amortissement fluide

Mettre place le dispositif expérimental. Vérifier sa bonne disposition. Mettre le moteur en marche. Utiliser une tension moyenne, de l'ordre de 4 V. Alimenter les électrodes avec une tension adaptée (non saturation de la centrale d'acquisition, bonne sensibilité des mesures).

Une fois les oscillations établies, placer le système en régime libre en coupant brusquement le moteur. En faire l'acquisition.

Créer une variable représentant l'élongation du ressort en cm.

INFO

La feuille de calcul permet de créer de nouvelles variables sans composante continue automatiquement à l'aide de l'instruction :

$$votrevariable = EA0{-}Moy(EA0)$$

Mesurer la pseudo-période des oscillations amorties avec le curseur.

Mesurer de même le décrément logarithmique.

En déduire le coefficient $\tau$, le facteur de qualité $Q$ et le coefficient d'amortissement fluide $h$.

Retrouver directement les résultats précédents à l'aide de l'outil de modélisation de Latis Pro.

**14/** Comparer les résultats.

**15/** Peut-on avoir résonance en amplitude avec le dispositif utilisé ? Justifier.

### 3 - Étude de la résonance

Mettre le système en régime forcé à l'aide du moteur à la vitesse la plus basse, (environ 2,8 V).

Après stabilisation, faire l'acquisition de la réponse de la masse.

Mesurer rapidement et précisément la fréquence $f$ et l'amplitude des oscillations $Z_m$ à l'aide de Latis Pro (à l'aide de l'outil Mesures Automatiques), dont on indiquera les valeurs dans le tableur.

Renouveler l'opération pour d'autres vitesses de rotation, de manière à avoir une "belle" courbe de $Z_m$ en fonction de $f$.

Imprimer la courbe de $Z_m$ en fonction de $f$.

**16/** Déduire de la courbe la fréquence de résonance et comparer avec la valeur théorique.