Dynamique du point

TD 7

Questions de cours

- Donner les caractéristiques des forces suivantes : tension d'un fil, force de rappel d'un ressort, réaction d'un support sur un solide, poussée d'Archimède, frottements fluides, force électrostatique, force de gravitation, poids.
- Définir la quantité de mouvement d'un point.
- Établir l'expression de la quantité de mouvement d'un système constitué de trois points.
- Énoncer les 3 lois de Newton.
- Chute libre d'un point M dans le champ de pesanteur uniforme (vitesse initiale nulle) : mettre en équation le mouvement dans le cas où les frottements fluides sont de la forme $-\alpha\overrightarrow{v}$. Déterminer l'expression de la vitesse limite.
- Chute libre d'un point M dans le champ de pesanteur uniforme (vitesse initiale nulle) : mettre en équation le mouvement dans le cas où les frottements fluides sont de la forme $-\alpha||\overrightarrow{v}||\overrightarrow{v}$. Déterminer l'expression de la vitesse limite.
- Pendule simple : obtention de l'équation du mouvement, linéarisation de l'équation.

Savoir-faire

Savoir-faire - Savoir mettre en équation le mouvement d'un point dans le champ de pesanteur terrestre

Une balle est lancée au bord du toit d'un immeuble dans une direction faisant un angle α au-dessus de l'horizontale.
Elle atterrit 5 secondes plus tard à 50 mètres du pied de l'immeuble.
Si la hauteur maximale est de 20 mètres au-dessus du toit, trouvez la vitesse v_0 (en norme) avec laquelle elle a été lancée, et l'angle α avec lequel elle a été lancée. On négligera les frottements de l'air.

Les Incontournables

Ces exercices sont classiques et doivent être maîtrisés avant d'aller plus loin.

Exercice 1 : Partie immergée de l'iceberg

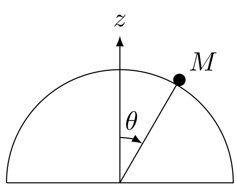
On considère un iceberg de volume V dont une partie V_i est immergée dans la mer.
On donne également la masse volumique de l'eau liquide $\rho_L = 1,02.10^3$ kg.m^{-3} et celle de la glace $\rho_G = 0,92.10^3$ kg.m^{-3}.

1/ Établir les expressions de la poussée d'Archimède et de la force de pesanteur qui s'applique sur l'iceberg.

2/ Déterminer la porportion volumique de glace immergée.

Exercice 2 : Enfant sur un igloo

On considère un enfant de masse m qui vient d'escalader un igloo de rayon R. À $t = 0$, il se laisse glisser sans vitesse initiale.
On pourra modéliser l'enfant par un point M. On néglige à la fois les frottements solides sur la glace, mais aussi les frottements fluides de l'air. Le but est de trouver à quel moment l'enfant décolle de l'igloo.



1/ Appliquer le principe fondamental de la dynamique au point M.

2/ Déterminer l'expression de la norme R_N de la réaction normale et de la vitesse $v = R\dot{\theta}$ du point M en fonction de θ.

3/ Pour quelle valeur de θ le contact cesse-t-il ? Calculer la valeur numérique.

Exercice 3 : Mouvement circulaire avec ressort

On considère une masse, assimilable à un point matériel M de masse m, placée sur un plan horizontal où elle peut se déplacer sans frottement. Elle est reliée par un ressort de raideur k et longueur naturelle ℓ_0 à un point O. À l'instant initial, $OM = L$ et la masse est lancée avec une vitesse $\vec{v}_0$. On cherche comment choisir $\vec{v}_0$ et L pour que le mouvement soit circulaire.

1/ Qualitativement, quel est le rayon du cercle et quelle est la direction à donner à $\vec{v}_0$.

2/ Montrer que si le mouvement est circulaire alors il est également uniforme.

3/ En déduire une condition sur L et la valeur à donner à v_0 en fonction de L pour que le mouvement soit circulaire.

Pour S'Entraîner

Ces exercices sont un peu plus étoffés et permettent d'approfondir la maîtrise des outils abordés jusqu'alors.

Exercice 4 : Snowboard dans un half-pire

On s'intéresse à un snowboarder dans un half-pipe.

Pour simplifier, on considère qu'il se déplace sur un plan en coupe perpendiculaire à l'axe du half-pipe. On assimile le snowboarder à un point matériel de masse m, qui glisse sans frottement, et on considère que le half-pipe est un demi-cylindre de rayon R constant. Le snowboarder démarre en $\theta = \frac{\pi}{2}$ avec une vitesse nulle.

1/ Faire un schéma représentant le half-pipe en coupe, le snowboarder et le repère choisi pour l'étude.

2/ Établir l'équation du mouvement portant sur l'angle θ.

3/ Multiplier l'équation précédente par $\dot{\theta}$ et l'intégrer afin d'en déduire une expression de $\dot{\theta}^2$. On justifiera bien la constante d'intégration.

4/ En déduire l'expression de la réaction $\overrightarrow{N}$ du support. À quel endroit de la trajectoire cette réaction est-elle maximale, et quelle expression prend-elle alors ?

5/ Ceci peut être interprété en disant qu'à cet endroit le snowboarder ressent plusieurs fois son propre poids : combien de fois ?

Pour Aller Plus Loin

Un exercice un peu plus original. À ne chercher que si le reste est bien traité.

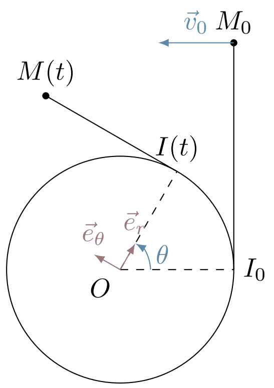
Exercice 5 : Combien de ballons pour s'envoler ?

Laquelle des trois situations suivantes vous semble la plus probable ?

- Dans Là-haut, le film d'animation des studios Pixar, un ensemble de ballons soulève une maison.
- Des étudiants ont voulu faire un test avec des chewing-gum gonflés à l'hélium : on les voit s'envoler facilement grâce à leurs bulles.
- Le 2 juillet 1982, le pilote d'un avion de la compagnie TWA volant à 4 900 mètres d'altitude signalait à sa tour de contrôle qu'il venait de croiser un homme assis sur une chaise de jardin, accroché à une quarantaine de ballons.

Devoir-Maison : Enrouler le Fil, Dérouler le Fil,

Cet exercice est un premier pas vers le travail du devoir surveillé. Assurez-vous que vos réponses manifestent d'une maîtrise des compétences données ci-après.



Un fil de longueur L, inextensible et de masse négligeable, est accroché tangentiellement à une bobine plate de rayon R. À l'extrémité libre est accroché un point matériel M, de masse m. L'effet de la pesanteur est négligé.

Le fil est tendu et M lancé dans le plan de la bobine depuis la position M_0, perpendiculairement au fil, avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$, afin d'enrouler le fil autour de la bobine.

On utilise la base polaire relative au point I, point du fil le plus proche de M à être en contact avec la bobine.

1/ Montrer que $\overrightarrow{OM} = R\vec{e}_r + (L - R\theta)\vec{e}_\theta$. En déduire les composantes de la vitesse et de l'accélération de M dans cette base.

2/ En utilisant le PFD, montrer que la vitesse radiale de M est constante. Que vaut cette constante ?

3/ En déduire par intégration une relation entre θ et t, puis déterminer la durée totale τ nécessaire pour enrouler le fil en totalité.

4/ Établir la loi horaire

$$\theta(t) = \frac{L}{R}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{t}{\tau}}\right)$$

5/ Vérifier que le fil reste tendu tout au long du mouvement.

Type	Compétences	Niveau de maîtrise
RES	Connaître les définitions de la vitesse et de l'accélération	
APP	Effectuer un bilan des forces	
	Utiliser les notations de l'énoncé	
	Adapter les lois de la dynamique et leur méthode d'application à l'énoncé	
ANA	Déterminer les composantes du vecteur position dans une base polaire	
	Obtenir l'expression des vecteurs vitesse et accélération, le vecteur position étant donné en coordonnées polaires	
	Identifier un lien entre la composante radiale de l'accélération et celle de la vitesse	
	Identifier une constante d'intégration pertinente	
	Identifier les paramètres correspondant à un enroulement total du fil	
	Traduire la condition de tension en une relation sur T	
REA	Manipuler une expression littérale	
	Intégrer une expression par rapport au temps	
VAL	Présenter des résultats homogènes	
	Présenter des résultats cohérents	
COM	Présenter clairement le raisonnement suivi	