Cinématique du point

TD 5

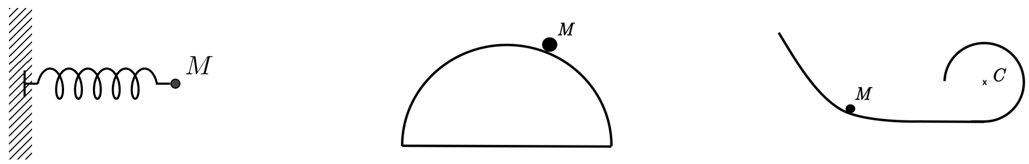
Questions de cours

- Définir les systèmes de coordonnées cartésiennes, polaires et cylindriques (dessiner et repérer un point M dans le plan et représenter les vecteurs unitaires).
- Quelle est l'expression des vecteurs unitaires de la base polaire $\overrightarrow{u_r}$ et $\overrightarrow{u_\theta}$ en fonction de ceux de la base cartésienne $\overrightarrow{u_x}$ et $\overrightarrow{u_y}$? Quelle est l'expression de leur dérivée temporelle ?
- Établir (et connaître) l'expression du vecteur position, vitesse et accélération dans la base cartésienne, dans la base polaire et dans la base cylindrique.
- Définir un mouvement accéléré, un mouvement ralenti, un mouvement uniforme.
- Mouvement à vecteur accélération nul : quel est le mouvement du point M ? Justifier et obtenir les équations horaires (coordonnées en fonction du temps) du mouvement en précisant le système de coordonnées.
- Mouvement à vecteur accélération constant avec $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{a_0}$, vitesse initiale donnée *colinéaire à l'accélération* : quel est le mouvement du point M ? Justifier et obtenir les équations horaires (coordonnées en fonction du temps) du mouvement en précisant le système de coordonnées.
- Mouvement circulaire :
  - Définir le mouvement et faire un schéma
  - Donner l'expression du vecteur position, du vecteur vitesse et du vecteur accélération en coordonnées polaires et les faire apparaitre sur un schéma.
  - Identifier l'accélération normale et l'accélération tangentielle et les exprimer en fonction de la norme v du vecteur vitesse.
  - Que devient l'accélération tangentielle pour un mouvement uniforme ?

Savoir-faire

Savoir-faire 1 - Choisir le bon repérage en fonction du mouvement

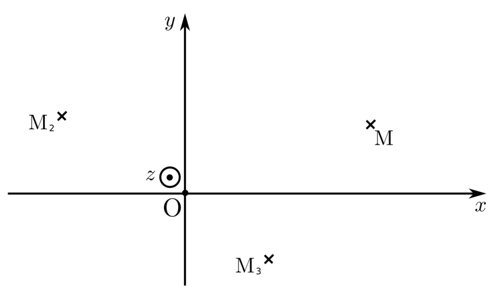
Pour chaque cas ci-dessous, choisir le meilleur repère (origine, cartésien, polaire ou cylindrique) pour décrire le mouvement.



Une masse accrochée à un ressort — Un enfant qui glisse sur un igloo — Un skateur sur un looping

Savoir-faire 2 - Se repérer en coordonnées polaires

Pour chaque point, représenter les vecteurs de la base polaire associée.



Savoir-faire 3 - Retrouver et utiliser les expressions des grandeurs vectorielles du mouvement pour un mouvement circulaire

On considère un disque 33 tours et un point M à la périphérie du disque (à une distance R du centre du disque). Exprimer la vitesse et l'accélération du point M.

Les Incontournables

Ces exercices sont classiques et doivent être maîtrisés avant d'aller plus loin.

Exercice 1 : Course de voitures télécommandées

Anatole et Barnabé comparent les performances des voitures télécommandées que le Père Noël leur a apporté. La voiture d'Anatole a une accélération de $2\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ alors que celle de Barnabé accélère à $3\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$, mais la voiture d'Anatole peut atteindre $12\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$ alors que celle de Barnabé plafonne à $10\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$.

1/ Qui gagne la course dans l'allée du jardin, longue de 15 m ?

2/ Grand prince, le gagnant accorde une revanche à son malheureux adversaire et lui laisse même choisir la distance de la course. Quelle distance le perdant doit-il proposer pour être sûr de gagner ?

Exercice 2 : Satellite géostationnaire

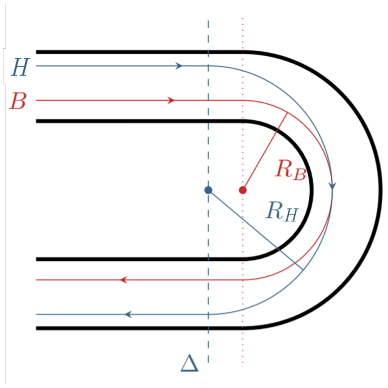
Un satellite géostationnaire est en mouvement circulaire uniforme autour de la Terre. Il ressent une accélération $a = g_0\left(\dfrac{R}{r}\right)^2$ où $R = 6380$ km est le rayon de la Terre, $g_0 = 9,81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ et r le rayon de l'orbite. La période de révolution du satellite est égale à la période de rotation de la Terre sur elle-même.

1/ Calculer la période T de rotation de la Terre en secondes, puis sa vitesse angulaire Ω.

2/ Déterminer l'altitude du satellite en orbite géostationnaire.

3/ Déterminer la valeur de sa vitesse.

Exercice 3 : Duel de Mercedes



Lors des essais chronométrés d'un grand prix, Lewis Hamilton et Valtteri Bottas arrivent en ligne droite et coupent l'axe Δ au même instant de leur parcours. Ils prennent le virage de deux façons différentes :

- Hamilton suit une trajectoire circulaire de rayon $R_H = 90,0$ m ;
- Bottas choisit une trajectoire de rayon $R_B = 75,0$ m.

On cherche à trouver la trajectoire optimale, c'est-à-dire à savoir lequel des deux pilotes gagne du temps dans le virage.

1/ Déterminer les distances D_H et D_B parcourues par les deux pilotes entre leurs deux passages par l'axe Δ. Peut-on conclure ?

2/ Pour simplifier, on imagine que les deux voitures roulent à des vitesses v_H et v_B constantes entre leurs deux passages par l'axe Δ. Déterminer ces vitesses en sachant que l'accélération des voitures doit rester inférieure à 0,8g : au delà de cette limite, elles dérapent et finissent la course dans les graviers. Les calculer numériquement.

3/ Quelle est finalement la meilleure trajectoire ?

Devoir-Maison : Descente d'un Parking Souterrain

Cet exercice est plutôt simple, il s'agit avant tout d'une application du cours.

L'architecture du parking des Halles de Lyon est telle que lorsqu'une voiture descend elle reste à distance constante de l'axe du parking. On supposera l'inclinaison de la rampe de parking constante, on ne décrira la voiture que par un point et on supposera qu'elle se déplace dans le parking à vitesse constante.

1/ En justifiant que le repérage adapté à décrire le mouvement de la voiture dans le parking est un repérage cylindrique, préciser l'axe de révolution du cylindre.

2/ Donner sans calcul les équations horaires $r(t)$ et $z(t)$.

3/ Exprimer le vecteur vitesse de la voiture et son vecteur accélération.

4/ En déduire que l'accélération de la voiture est toujours radiale, c'est-à-dire portée par le vecteur $\vec{u}_r$.

Type	Compétences / Pont de Wheatstone	Niveau de maîtrise
RES	Connaître les expressions de la vitesse et de l'accélération en cylindriques	
	Identifier le terme radial dans une expression vectorielle	
APP	Identifier les informations à utiliser dans l'énoncé	
	Utiliser les notations de l'énoncé	
ANA	Justifier la pertinence de l'utilisation d'un repérage cylindrique	
	Lier la constance de la vitesse à l'expression de z et de θ	
	Adapter les expressions des vecteurs vitesse et accélération	
REA	Manipuler des expressions littérales	
	Intégrer proprement	
	Effectuer un calcul numérique	
VAL	Présenter des résultats homogènes	
	Présenter des résultats cohérents	
COM	Présenter clairement le raisonnement suivi	
	Utiliser un schéma propre et clair pour appuyer son raisonnement	