

Fondements de l'induction

QUESTIONS DE COURS

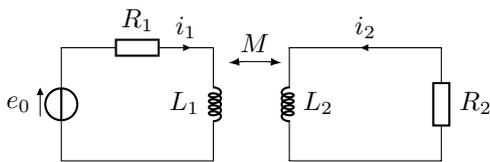
- ↪ Définir le flux d'un champ magnétique à travers une surface fermée. Que devient l'expression dans le cas d'un champ magnétique uniforme et d'une surface plane ?
- ↪ Énoncer la loi de Faraday et donner l'équivalent électrique d'un circuit siège d'un phénomène d'induction en précisant la convention retenue.
- ↪ Énoncer la loi de modération de Lenz.
- ↪ Définir le flux propre et l'inductance propre.
- ↪ Établir l'expression de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur, le champ magnétique créé par une bobine infinie étant donné. Quel est l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine ?
- ↪ Définir l'inductance mutuelle M . Donner des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.
- ↪ Établir la loi des tensions pour un transformateur. Donner des applications du transformateur.

SAVOIR-FAIRE

Savoir-faire 1 - Utiliser la loi de Lenz pour orienter un circuit

Voir AD n°1

Savoir-faire 2 - Établir le système d'équations de deux circuits couplés par mutuelle



- 1/ Établir les lois de comportements des deux bobines en tenant compte de l'induction mutuelle.
- 2/ En déduire le système d'équations différentielles couplées vérifié par i_1 et i_2 .

3/ On se place en RSF. Établir l'expression de l'impédance complexe apparente de la bobine L_1 en présence du circuit 2.

Savoir-faire 3 - Déterminer l'inductance mutuelle de deux bobines de même axe

Deux solénoïdes S_1 et S_2 de même axe (Oz), de même longueur l et de rayons r_1 et $r_2 > r_1$ sont emboîtés l'un dans l'autre, voir figure. Ils présentent tous deux le même nombre de spires N . On suppose que la longueur l est très supérieure aux rayons.

En première approximation, on peut considérer que le champ créé par un solénoïde p (où p vaut soit 1 soit 2) vaut $\vec{B}_p = \mu_0 n_i p \vec{e}_z$ à l'intérieur et est nul à l'extérieur.

La bobine intérieure est parcourue par un courant $i_1(t) = I \cos(\omega t)$, avec $I = 1$ A, avec ω une pulsation suffisamment basse pour que l'ARQS magnétique s'applique. La bobine extérieure est en court-circuit.



- 1/ Déterminer les coefficients d'induction propre L_1 , L_2 , et le coefficient d'induction mutuelle M .
- 2/ En négligeant les résistances internes des fils, déterminer le courant $i_2(t)$ parcourant la bobine extérieure. Quelle est son amplitude ?

LES INCONTOURNABLES

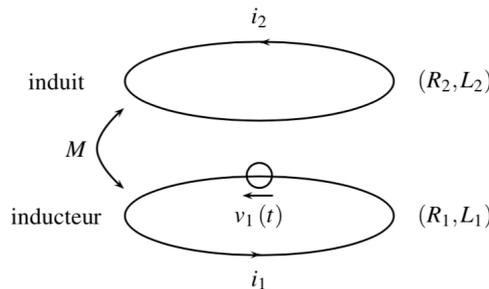
L'exercice classique de ce chapitre car il y en a dans la cuisine !

Exercice 1 : Table de cuisson par induction

Dans la cuisson à induction, le fond métallique des récipients de cuisson est directement chauffé par des courants de Foucault induits par un champ magnétique variable. Ce champ est créé par un bobinage, nommé inducteur, qui est alimenté en courant sinusoïdal.

On fait la modélisation suivante :

- L'inducteur est assimilé à une bobine de résistance $R_1 = 1,8 \cdot 10^{-2} \Omega$ et d'inductance propre $L_1 = 30 \mu\text{H}$. Il est alimenté par une tension $v_1(t)$ sinusoïdale de fréquence 25 kHz et valeur efficace égale à 24 V.
- Le fond du récipient est assimilé à une spire de courant de résistance $R_2 = 8,3 \text{ m}\Omega$ et d'inductance propre $L_2 = 0,24 \mu\text{H}$.
- Les deux circuits sont couplés par une mutuelle inductance M , qui vaut $2 \mu\text{H}$.



- 1/ Écrire les équations de couplage entre les intensités i_1 et i_2 dans l'inducteur et dans l'induit.
- 2/ En utilisant la notation complexe, en déduire l'expression du rapport $\frac{i_2}{i_1}$, puis celle du rapport $\frac{I_2}{I_1}$ des amplitudes des courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$.
- 3/ En déduire également l'expression littérale de l'impédance d'entrée du système : $Z_e = \frac{v_1}{i_1}$.
- 4/ Vérifier que $R_1 \ll L_1\omega$. On supposera également qu'on peut négliger R_2^2 devant $(L_2\omega)^2$. Simplifier les expressions littérales précédentes.
- 5/ Montrer que I_2 s'écrit :

$$I_2 = V_1 \times \frac{|M|}{|L_1 L_2 - M^2| \omega}$$

où $V_1 = \sqrt{2} \times 24 \text{ V}$ est l'amplitude de v_1 .

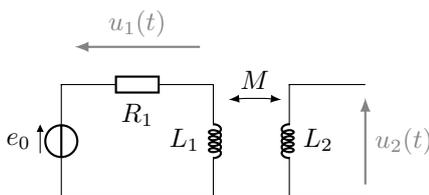
Effectuer l'application numérique pour I_2 , ainsi que pour la puissance dissipée dans la casserole donnée par $\mathcal{P}_2 = \frac{1}{2} R_2 I_2^2$.

- 6/ On soulève la plaque à chauffer. Comment varie l'amplitude du courant i_2 circulant dans l'induit et donc la puissance dissipée dans l'induit ?

POUR ALLER PLUS LOIN

On approfondit un poil.

Exercice 2 : Méthode de mesure de M



Le montage ci-contre permet de mesurer le coefficient d'inductance mutuelle entre deux circuits, représentés ici par deux bobines. Les deux bobines se font face comme sur la figure.

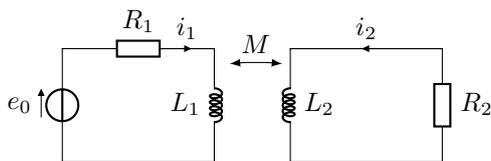
La première bobine est montée en série avec une résistance $R = 100 \Omega$ et un générateur de tension e_0 harmonique de fréquence $f = 2,0 \text{ kHz}$. Les tensions u_1 et u_2 sont mesurées grâce à un oscilloscope supposé idéal, c'est-à-dire de résistance d'entrée infinie.

- 1/ Justifier pourquoi l'intensité circulant dans la bobine 2 est nulle.
D'après la loi de comportement habituelle de la bobine, que vaudrait alors la tension u_2 ? Pourquoi cette loi n'est-elle pas applicable telle quelle ici ?
- 2/ Exprimer la tension u_2 en fonction de M , R et u_1 .
- 3/ Calculer M sachant que les tensions lues à l'oscilloscope ont des amplitudes $U_1 = 3,00$ V et $U_2 = 0,50$ V.
- 4/ Comment faut-il placer les deux bobines pour que le coefficient M soit le plus grand possible ?

Exercice 3 : Détecteur de métaux

Un détecteur de métaux utilise un bobinage placé au bout du détecteur, et alimenté par une tension sinusoïdale du type $e_0 = E_0 \cos(\omega t)$. Ce bobinage possède une certaine inductance propre L_1 , et une résistance totale R_1 .

En présence d'un objet métallique dans le sol, il y a couplage magnétique entre le bobinage du détecteur et l'objet. Le champ variable du détecteur va induire un courant dans l'objet métallique, qui à son tour va induire un courant dans le bobinage, ce qui peut être détecté.



Pour modéliser ceci, nous considérons que l'objet métallique agit comme un circuit d'inductance propre L_2 , de résistance totale R_2 , et nous notons M le coefficient d'inductance mutuelle entre l'objet et le détecteur.

Nous sommes alors dans la situation du SF2, où nous avons montré qu'en RSF les deux équations électriques sont :

$$e_0 = R_1 i_1 + L_1 j\omega i_1 + M j\omega i_2 \quad \text{et} \quad 0 = R_2 i_2 + L_2 j\omega i_2 + M j\omega i_1$$

- 1/ Refaire le schéma électrique équivalent qui a permis, dans le SF2, d'arriver à ce résultat.
- 2/ Utiliser les deux équations ci-dessus pour obtenir l'expression de l'impédance du circuit 1 : $\underline{Z}_1 = \frac{e_0}{i_1}$, en fonction de L_1 , L_2 , R_1 , R_2 , M et ω .

L'idée est ensuite que la présence d'un objet métallique (donc $M \neq 0$ et $L_2 \neq 0$) modifie cette impédance. En mesurant $|\underline{Z}_1|$ (par exemple par une mesure du courant), l'appareil peut donc savoir s'il y a ou non présence d'un objet.

C'est le même principe qui est mis en œuvre dans les boucles insérées dans la chaussée qui détectent la présence de véhicules (c'est le châssis du véhicule qui joue le rôle d'objet métallique).