Filtrage linéaire

TD 12

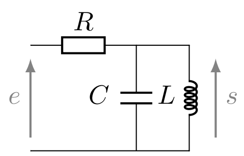
Questions de cours

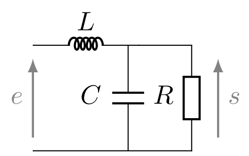
- ⇝ Établir l'expression de la valeur efficace d'un signal sinusoïdal.
- ⇝ Que peut-on dire du carré de la valeur efficace d'un signal constitué de plusieurs composantes sinusoïdales ? Interpréter en termes énergétiques.
- ⇝ Qu'est-ce qu'un filtre ? linéaire ? passif ou actif ?
- ⇝ Définir la fonction de transfert d'un filtre, le gain, le gain en décibel et la phase. Qu'est-ce qu'un diagramme de Bode ?
- ⇝ Définir la fréquence de coupure et la bande passante d'un filtre.
- ⇝ Etude d'un filtre : passe-bas et passe-haut d'ordre 1 (avec RC), passe-bas et passe-bande d'ordre 2 (avec RLC) (schéma fourni, fonction de transfert sous forme canonique fournie) : déterminer qualitativement la nature du filtre en étudiant le comportement en HF et BF, retrouver l'expression de la fonction de transfert, déterminer l'expression des asymptotes en BF et HF pour G_{dB} et φ, tracer le diagramme de Bode asymptotique et le diagramme réel.
- ⇝ Comment choisir la pulsation de coupure d'un filtre passe-bas afin d'extraire la valeur moyenne d'un signal périodique ?
- ⇝ Comment choisir la pulsation de coupure d'un filtre passe-bas (1^{er} ordre) afin d'effectuer l'intégration d'un signal périodique ?
- ⇝ Comment choisir la pulsation de coupure d'un filtre passe-haut (1^{er} ordre) afin d'effectuer la dérivation d'un signal périodique ?

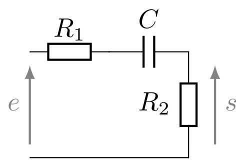
Savoir-faire

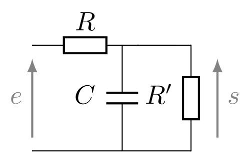
Savoir-faire 1 - Reconnaître qualitativement la nature d'un filtre

Déterminer la nature des filtres ci-dessous.







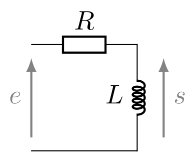


Savoir-faire 2 - Déterminer une fonction de transfert

Établir les fonctions de transfert des filtres du SF 1.

Savoir-faire 3 - Tracer un diagramme de Bode asymptotique

On considère le circuit ci-dessous avec $R = 1,0$ kΩ et $L = 10$ mH dont la fonction de transfert est donnée :



$$\underline{H} = H_0 \frac{\mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_c}}{1+\mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_c}}$$

1/ Déterminer les pentes des asymptotes en gain dans les limites haute et basse fréquence, ainsi que leur ordonnée « à l'origine » en $x = 1$.
2/ Construire le diagramme de Bode asymptotique en gain sur la figure 1 et en déduire l'allure du diagramme réel.

Savoir-faire 4 - Exploiter une fonction de transfert et ses représentations graphiques pour déterminer la réponse d'un filtre à un signal donné

On considère le filtre du SF précédent. Donner la forme du signal d'entrée et du signal de sortie si le signal d'entrée est :

1/ une sinusoïde d'amplitude 4 V, centrée autour de 0 V, de fréquence $f = 2$ kHz,
2/ une sinusoïde d'amplitude 4 V, centrée autour de 1 V, de fréquence $f = 2$ kHz,
3/ la somme de trois harmoniques de même amplitude (1 V), même phase initiale (qu'on pourra prendre nulle) et de fréquences respectives $f_1 = 50$ Hz, $f_2 = 1$ kHz et $f_3 = 10$ kHz.
4/ un signal triangle de fréquence 60 Hz

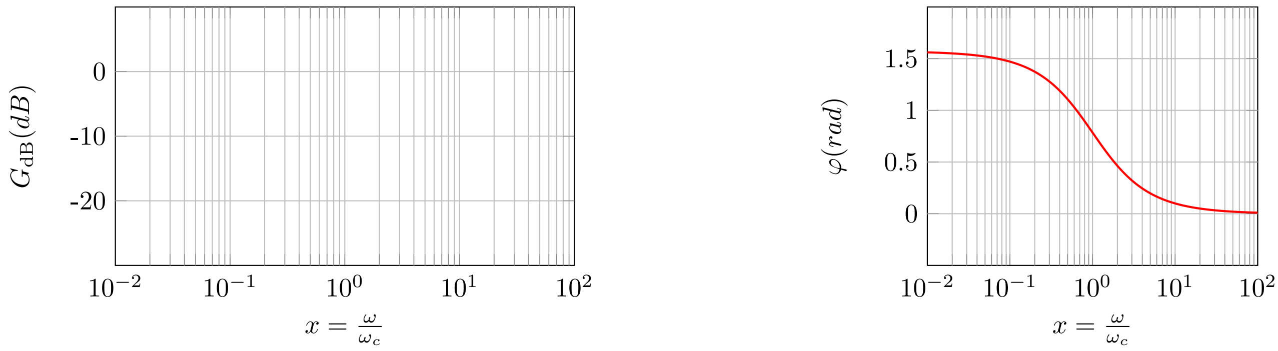


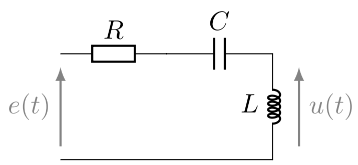
FIGURE 1 : Diagramme de Bode du filtre RL

Les Incontournables

Ces exercices sont classiques et doivent être maîtrisés avant d'aller plus loin.

Exercice 1 : Filtre passe-haut d'ordre 2

On considère le filtre suivant, avec $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$



1/ Justifier qualitativement que le filtre est un passe-haut.

2/ Établir la fonction de transfert. La mettre sous forme canonique : $\underline{H}(\omega) = \dfrac{-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}{1 + j\frac{\omega}{Q\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$

3/ Tracer le diagramme de Bode asymptotique.

4/ Ce filtre peut-il avoir un caractère dérivateur ? intégrateur ?

Exercice 2 : Lecture de diagrammes de Bode

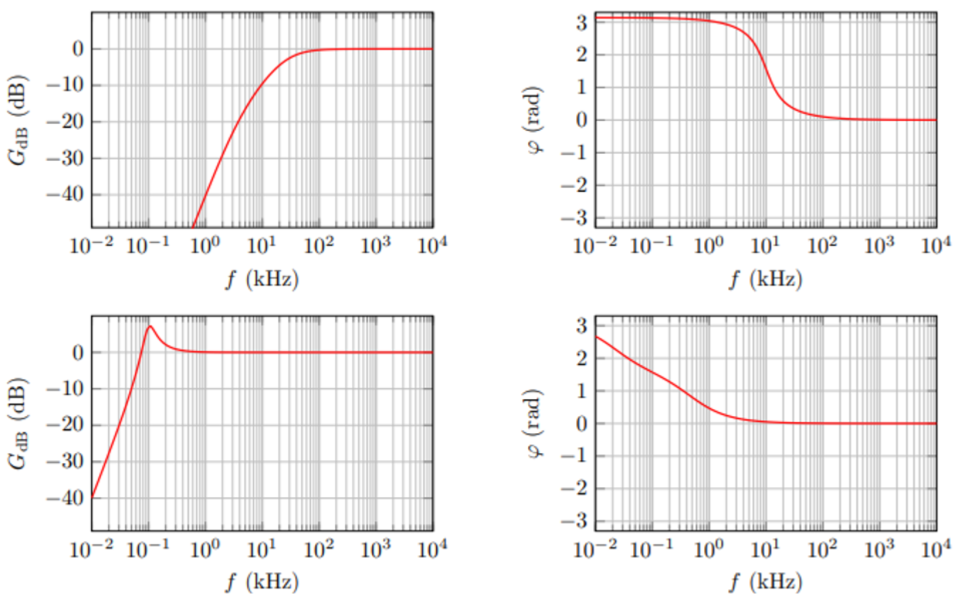
1/ Pour les quatre diagrammes de Bode ci-dessous, indiquer le type de filtre dont il s'agit.

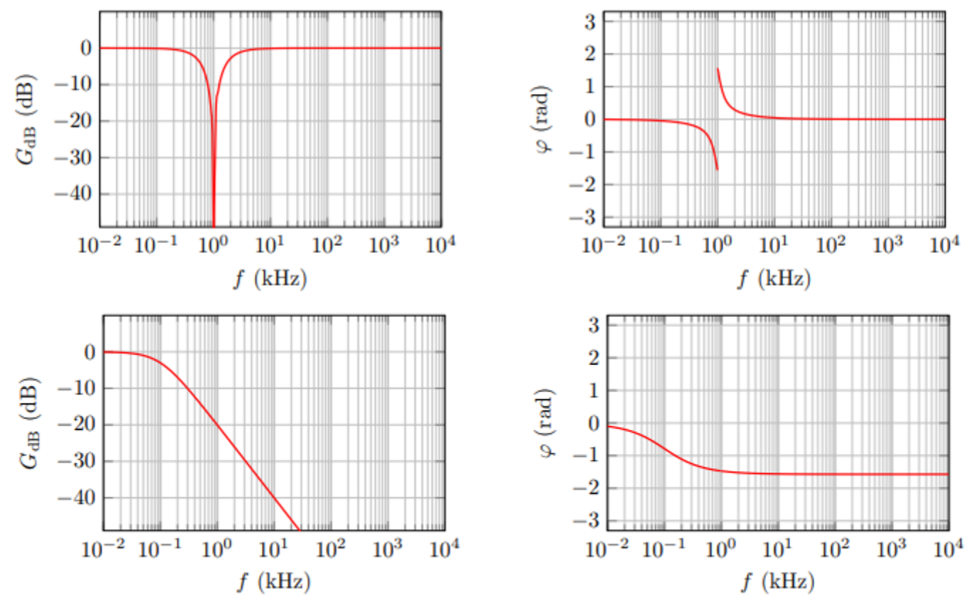
2/ Identifier l'ordre du filtre et sa fréquence caractéristique.

3/ On envoie en entrée de chacun des filtres le signal :

$$e(t) = E_0 \left[1 + \cos(\omega t) + \cos\left(10\omega t + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(100\omega t - \frac{\pi}{3}\right)\right]$$

où la fréquence $f = \omega/2\pi$ vaut 1 kHz. Déterminer l'expression du signal $s(t)$ de sortie du filtre.





Pour s'entraîner

Ces exercices sont un peu plus étoffés et permettent d'approfondir la maîtrise des outils abordés jusqu'alors.

Exercice 3 : Modélisation d'un récepteur radio

Un récepteur radio doit capter les signaux sur une gamme de fréquence allant de 150 à 300 kHz. Il peut être modélisé par un circuit RLC série avec $R = 2\ \mathrm{k\Omega}$ et $L = 1\ \mathrm{mH}$.

1/ Quel type de filtrage doit-il réaliser ? En déduire le dipôle aux bornes duquel la tension de sortie doit être mesurée.

2/ Établir la fonction de transfert du filtre.

3/ Déterminer les valeurs de C répondant aux attentes.

Exercice 4 : Filtre RLC

1/ Identifier sans calcul la nature du filtre du montage figure 2.

2/ Établir la fonction de transfert sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{\frac{\mathrm{j}x}{Q} - x^2}{1 + \frac{\mathrm{j}x}{Q} - x^2} \qquad \text{avec } x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

Identifier la fréquence de résonance ω_0 et le facteur de qualité Q.

3/ On donne le diagramme de Bode du filtre en figure 2. Expliquer les valeurs prises par la pente en hautes et basses fréquences. Déterminer la valeur de Q.

4/ On met un signal triangulaire en entrée. Pour le même signal d'entrée mais pour deux valeurs différentes de R, on obtient un signal carré très atténué puis un signal formé d'une succession d'impulsions. Expliquer.

Devoir-Maison : filtre de Wien

Cet exercice est un premier pas vers le travail du devoir surveillé. Assurez-vous que vos réponses manifestent d'une maîtrise des compétences données ci-après.

Exercice 1 : Filtre de Wien

On considère le filtre composé d'un diviseur d'impédance comprenant d'une part un dipôle RC série et d'autre part une association RC parallèle appelé pont de Wien.

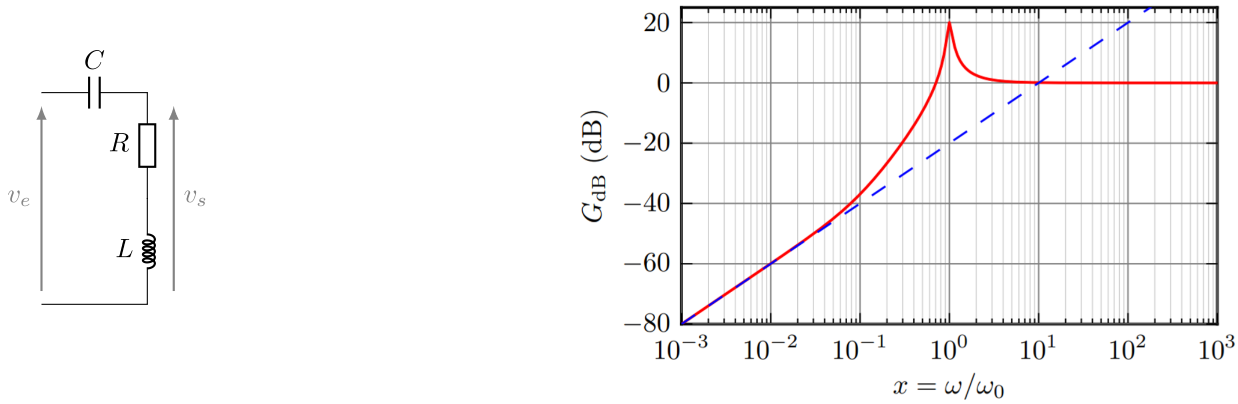
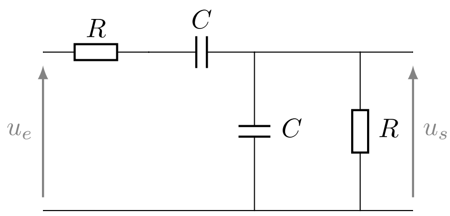


Figure 2 : Schéma et diagramme de Bode asymptotique d'un filtre RLC



1/ À quelles conditions sur la pulsation ω le module de l'impédance d'un condensateur de capacité C est-il très inférieur ou très supérieur au module de l'impédance d'une résistance R ? Pour quelle pulsation ω_0 est-il égal à R ?

2/ Selon que $\omega \ll \omega_0$ ou que $\omega \gg \omega_0$, proposer un schéma équivalent du pont de Wien et en déduire le comportement du module et de l'argument de la fonction de transfert $\underline{H}$. En déduire la nature de ce filtre.

3/ Montrer que la fonction de transfert peut se mettre sous la forme

$$\underline{H} = \frac{j\omega RC}{1 + 3j\omega RC - \omega^2 R^2 C^2}\,.$$

4/ Calculer cette fonction de transfert à la pulsation ω_0 ainsi que son module que l'on notera H_0.

5/ Mettre la fonction de transfert sous forme canonique en faisant apparaître un paramètre sans dimension Q en plus de H_0 et ω_0.

6/ On pose $x = \omega/\omega_0$. Tracer le diagramme de Bode du filtre de Wien.

7/ Préciser la bande passante de ce filtre.

8/ Calculer la pulsation propre ω_0 pour $R = 1,0$ kΩ et $C = 500$ nF. Donner le signal de sortie du filtre si le signal d'entrée est :

$$e(t) = E_0 + E_0\cos(\omega t) + E_0\cos(10\omega t) + E_0\cos(100\omega t)$$

avec $E_0 = 10$ V et $\omega = 200\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$