Optique géométrique

Durée 2h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être un erreur d'énoncé, d'une part il le signale à la personne qui surveille, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est autorisé.

AVERTISSEMENT

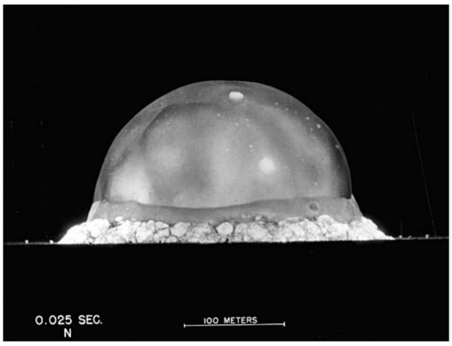
- ⋆ Lire le sujet en entier avant d'écrire quoi que ce soit
- ⋆ La rédaction (clarté, précision,...) et la présentation doivent être particulièrement soignées. **Les hypothèses doivent être clairement données lorsqu'elles ne sont pas évidentes !**
- ⋆ N'oubliez pas d'écrire un minimum français. Le correcteur a un seuil de tolérance qu'il s'agirait de ne pas dépasser...

Gardez en tête que les exercices I et II sont tout à fait indépendants et peuvent être abordés dans le désordre.

Données :

- Masse volumique de l'air : $\rho = 1$ kg $\cdot$ m^{-3}
- Indice optique de l'air : $n_0 = 1,000$.

I - Énergie dégagée par l'explosion nucléaire Trinity



Trinity est le nom de code du premier essai nucléaire de l'histoire. L'explosion eut lieu le 16 juillet 1945 à Alamogordo au Nouveau Mexique, dans une zone désertique nommée Jornada del Muerto. Étant l'ultime étape du projet Manhattan, lancé par les États-Unis durant la seconde guerre mondiale, les données concernant ce projet était classées ultra-secrètes par la CIA.

Pourtant, le physicien anglais G. I. Taylor a pu estimer l'ordre de grandeur de l'énergie dégagée par cette explosion par une analyse dimensionnelle judicieuse sur la base d'un film. Le film permet de suivre au cours du temps le rayon $R(t)$ du « nuage » formé par l'explosion.

Cet exercice propose de reproduire le raisonnement de Taylor.

1/ Déterminer la dimension d'une énergie en fonction des dimensions de bases du système international.

2/ Taylor s'est basé sur ses connaissance de thermodynamique et de mécanique des fluides pour supposer que le rayon du nuage s'écrit en fonction du temps t s'étant écoulé depuis l'explosion, la masse volumique ρ de l'air et l'énergie E libérée par l'explosion, sous la forme :

$$R(t) = E^a.t^b.\rho^c$$

où a, b et c sont des constantes. Déterminer ces trois constantes.

3/ Déduire de la question précédente l'expression de l'énergie libérée en fonction de R, ρ et t.

4/ Estimer l'ordre de grandeur de sa valeur numérique à partir de la photographie.

5/ Plusieurs années plus tard, la CIA a révélé que les mesures réalisées sur place permettaient d'estimer que l'énergie libérée par la bombe était d'environ 20 kilotonnes de TNT. Sachant que l'explosion de 1kg de TNT libère environ 4.10^6 J, calculer l'énergie libérée par l'explosion Trinity et commenter la qualité du résultat obtenu par analyse dimensionnelle.

II - Collection de pierres précieuses

Un collectionneur de pierres précieuses possède trois petites pierres transparentes et incolores : une moissanite, un zircon et du flint, ainsi qu'un flacon d'iodure de méthylène liquide. Les propriétés physiques de ces quatre substances sont résumées dans le tableau ci-dessous :

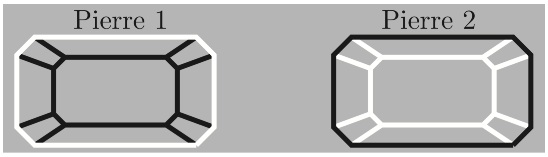
Substance	Masse volumique (kg.m^{-3})	Indice de réfraction
Zircon	4690	1,95
Moissanite	3210	2,70
Verre Flint	3740	1,64
Iodure de méthylène	3330	?

Les trois pierres ont été interverties, si bien que leur propriétaire doit conduire une série d'expériences pour les reconnaître.

A) Stratégies de reconnaissance

6/ L'immersion des trois pierres dans l'iodure de méthylène permet immédiatement de reconnaître l'une des trois pierres. Laquelle ? Justifier la réponse à l'aide de vos connaissances de lycée.

Les deux pierres restantes sont posées sur un morceau de verre dépoli, recouvertes d'iodure de méthylène, puis éclairées depuis le haut. Un miroir incliné situé sous le verre dépoli permet d'observer le verre dépoli par en dessous.
Le collectionneur constate que la pierre numéro 1 est entourée d'un contour brillant, et que ses arêtes vives sont sombres tandis que la pierre numéro 2 est entourée d'un contour sombre, et les arêtes paraissent brillantes.



Pour expliquer cette observation, on modélise une pierre par un solide transparent, d'indice optique n_{sol}, et on considère que l'iodure de méthylène est liquide transparent d'indice optique n_{liq} (figure ci-dessous). Un faisceau lumineux monochromatique, en incidence normale, vient éclairer le solide, et après la traversée de celui-ci, illumine un écran situé sous le solide.

7/ Que signifie monochromatique ? Citer une source de lumière réelle possédant cette propriété en bonne approximation.

8/ Qu'appelle-t-on approximation de l'optique géométrique ? Quelle est sa validité ? Citer un exemple où l'approximation n'est plus valable.

9/ Tracer sur les deux figures 1 du document réponse l'allure des trajets des rayons issus de A, B, C et D jusqu'à l'écran, dans les deux cas (on ne tiendra pas compte des rayons réfléchis) en justifiant votre démarche.

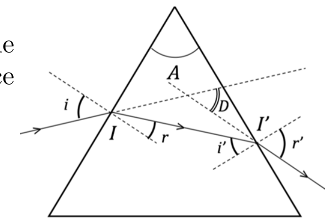
10/ En déduire qualitativement les zones de plus forte et de plus faible intensité lumineuse sur l'écran.

B) Détermination de l'indice de l'iodure de méthylène

Pour conclure sur la nature des pierres numéro 1 et numéro 2, il nous faut connaître la valeur de l'indice de l'iodure de méthylène. Pour cela, on utilise le réfractomètre d'Abbe dont nous allons étudier le fonctionnement.

Questions préliminaires

La figure ci-contre représente un prisme placé dans de l'air d'angle au sommet A et d'indice n_1. Le rayon lumineux d'angle d'incidence i ressort du prisme en étant dévié d'un angle D.



11/ Démontrer la relation suivante : $A = r + i'$.

12/ Exprimer l'angle D à l'aide de i, r' et A.

On considère désormais une lame transparente de verre d'épaisseur e et d'indice n_2. On cherche à caractériser ce dioptre dans le cadre de l'optique géométrique.

13/ Donner un ordre de grandeur de l'indice de réfraction du verre.

14/ Rappeler les relations de Snell-Descartes associées à la réfraction.

15/ Intéressons-nous à la figure 2. Quelle relation existe-t-il entre a, n_2 et b ? On notera cette relation (1).

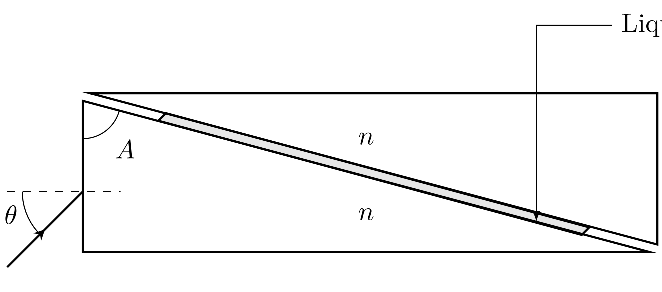
16/ En déduire une relation entre a et d en justifiant.

Réfractomètre d'Abbe

17/ Un rayon lumineux issu d'un milieu d'indice n arrive sur un milieu d'indice N avec un angle d'incidence α. Peut-il y avoir réflexion totale si $n < N$? Justifier.

18/ On se place dans le cas où la réflexion totale est possible. Déterminer l'expression de l'angle d'incidence limite $\alpha_{\lim}$ (en fonction de n et N) au-delà duquel il y a réflexion totale.

19/ On considère le réfractomètre d'Abbe constitué de 2 prismes en verre d'angle $A = 75°$, d'indice n et emprisonnant un liquide d'indice N et d'épaisseur e entre ses 2 hypoténuses. On a $N < n$.



(a) Tracer qualitativement sur les figures 3 et 4 de l'annexe la marche d'un rayon lumineux, initialement dans l'air, d'incidence θ, et ce jusqu'à sa sortie dans l'air. Deux cas, précisés sur chacune des figures, seront traités. On introduira les angles des rayons par rapport aux normales aux dioptres.

(b) Montrer que, pour qu'il y ait réflexion totale sur le liquide, il faut que θ soit inférieur à un angle limite θ_{lim} tel que :

$$\sin\theta_{\text{lim}} = n.\sin\left[A - \arcsin\left(\frac{N}{n}\right)\right]$$

(c) En déduire que la mesure de l'angle limite θ_{lim} permet de déterminer l'indice N du liquide : vous pourrez exprimer N à l'aide de n, θ_{lim} et A.

(d) Application numérique : $n = 1,89$; le liquide est du iodure de méthylène : on mesure $\theta_{\text{lim}} = 14,1°$. Calculer N.

C) Conclusion sur les pierres

20/ La valeur de l'indice obtenue en question 19/d correspond donc à l'indice n_{liq}. Identifier alors les pierres numéro 1 et numéro 2.

21/ La longueur d'onde du faisceau dans le vide est de 589 nm. Quelle est la longueur d'onde du faisceau dans chacune des pierres ? Quelle est alors la couleur du faisceau dans chacune des pierres ?

D) Retour sur la lame de verre

Approfondissons un petit peu notre étude de la lame de verre.

22/ Effectuer un tracé de rayon sur la figure 2 du document réponse pour déterminer graphiquement la position de A' image de A par la lame. Vous justifierez votre tracé.

23/ Déterminer la position de l'image d'un point virtuel à l'aide de la figure 5. Le tracé sera à nouveau justifié.

24/ Montrer, par des considérations géométriques justifiées, que la distance algébrique $\overline{AA'}$ peut être donnée par :

$$\overline{AA'} = e\left(1 - \frac{\tan b}{\tan a}\right) \tag{2}$$

25/ Énoncer les conditions de Gauss. Que peut-on dire de $\sin a$, $\cos a$ et $\tan a$?

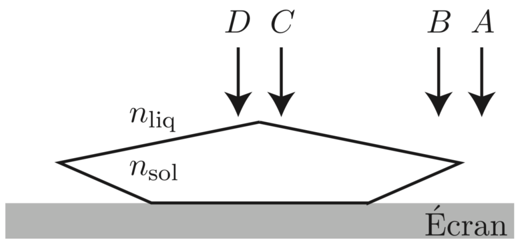
26/ Simplifier alors les relations (1) et (2).

27/ En déduire une relation de conjugaison donnant $\overline{AA'}$ en fonction de e et n_2.

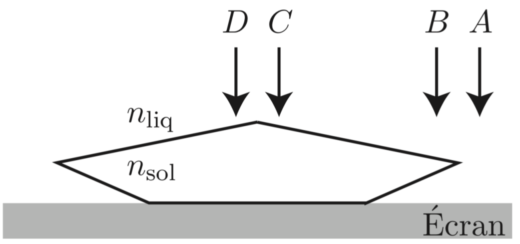
28/ À l'aide d'un tracé sur la figure 6 de l'annexe, déterminer les positions des foyers principaux objet et image de la lame de verre. Comment qualifie-t-on un tel système optique ? Vous justifierez votre raisonnement.

29/ Quel est le grandissement de la lame de verre ? Justifier.

Annexes à rendre avec la copie



(a) Cas $n_{liq} > n_{sol}$



(b) Cas $n_{sol} > n_{liq}$

FIGURE 1 : Parcours des rayons dans les pierres.

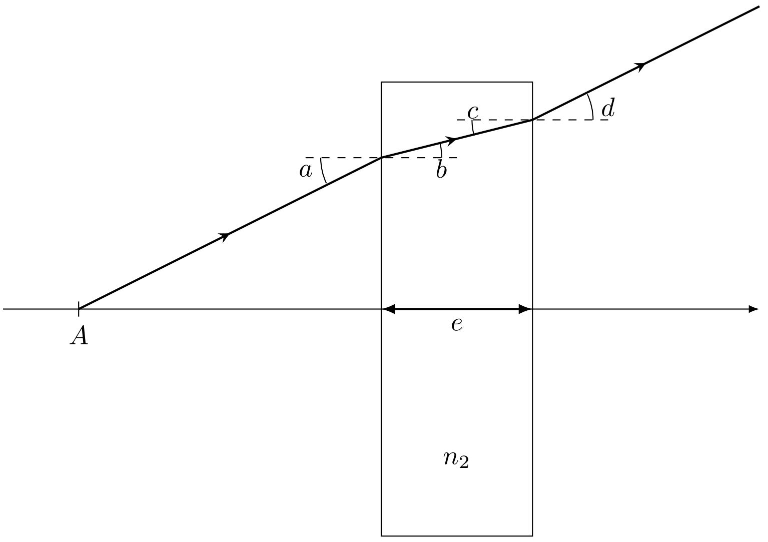


FIGURE 2 : Objet réel

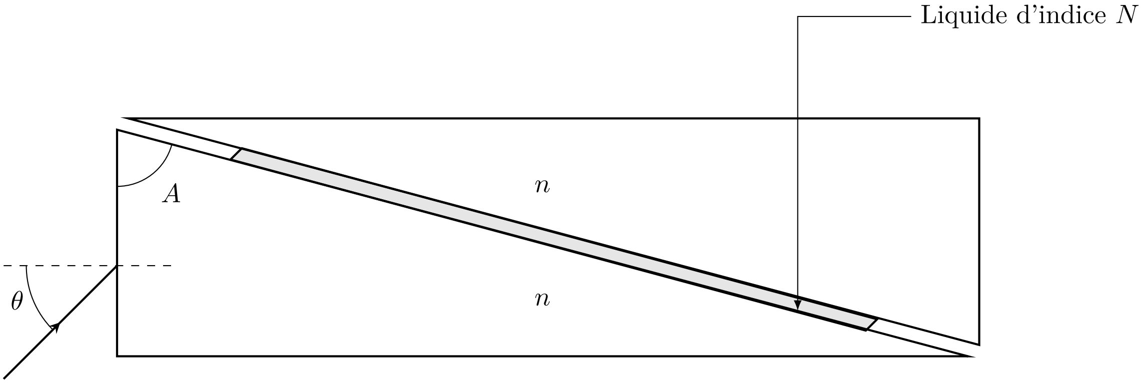


FIGURE 3 : Cas n°1 : le rayon émerge sur la face opposée à la face d'entrée

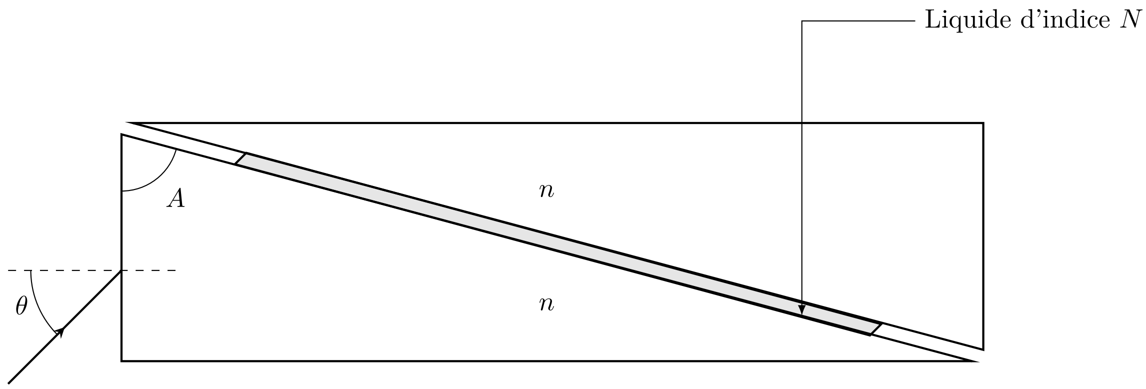


Figure 4 : Cas n°2 : le rayon subit une réflexion totale sur le dioptre verre-liquide

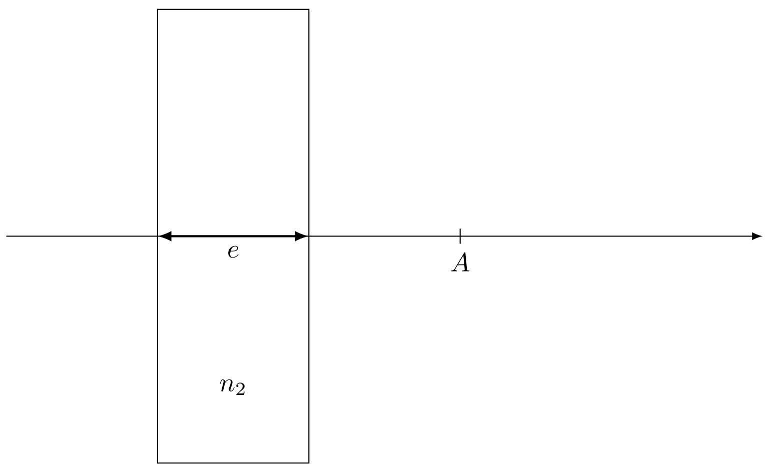


Figure 5 : Objet virtuel

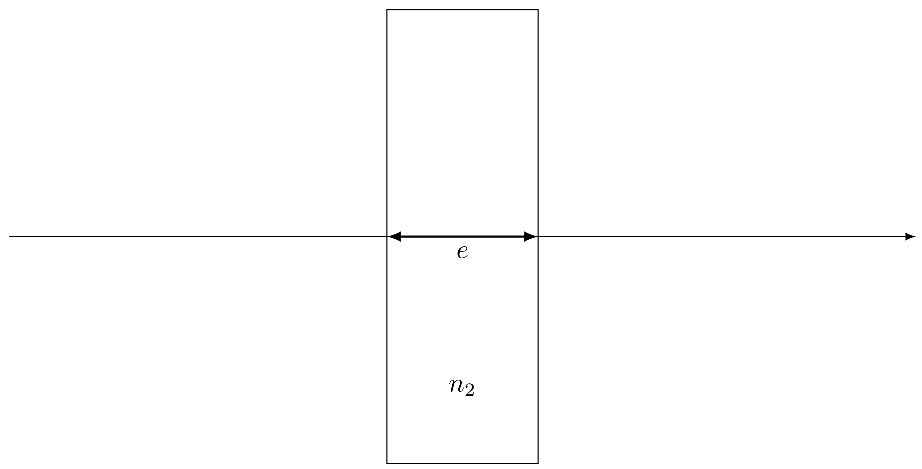


Figure 6 : Positions des foyers