



# Concours Blanc

## Physique-Chimie

Durée 4h

Le sujet est constitué de plusieurs exercices indépendants. N'hésitez pas à tous les aborder tout en faisant apparaître clairement sur votre copie le passage d'un exercice à l'autre. Bon courage!

**L'usage de calculatrices est autorisé.**

### Conseils pour aborder le devoir

- ★ Lire le sujet en entier avant d'écrire quoi que ce soit
- ★ Le sujet est long, comme le seront les sujets des concours : l'objectif n'est donc pas de le terminer mais de faire le maximum le plus proprement et le plus rigoureusement possible
- ★ Les parties peuvent être abordées dans n'importe quel ordre. En revanche, dans une partie donnée, les questions seront traitées dans l'ordre (mais vous pouvez passer des questions)
- ★ La rédaction (clarté, précision,...) et la présentation doivent être particulièrement soignées
- ★ N'oubliez pas d'encadrer les expressions littérales et de souligner les applications numériques
- ★ Si vous n'arrivez pas à démontrer un résultat dont vous avez besoin pour les questions suivantes, vous pouvez l'admettre, mais il faut bien le préciser sur votre copie
- ★ N'oubliez pas d'écrire un minimum français. Le correcteur a un seuil de tolérance qu'il s'agirait de ne pas dépasser...

**Données numériques relatives au sujet :**

$\mathcal{N}_A$	$= 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	Nombre d'Avogadro
$R$	$= 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	Constante des gaz parfaits
$K_s(\text{Fe}(\text{OH})_2(\text{s}))$	$= 7,9 \cdot 10^{-15}$	Produit de solubilité de l'hydroxyde de fer (II)
$K_s(\text{Fe}(\text{OH})_3(\text{s}))$	$= 6,3 \cdot 10^{-38}$	Produit de solubilité de l'hydroxyde de fer (III)
$r_{\text{Fe}}$	$= 124 \text{ pm}$	Rayon atomique du fer

Élément	N	Na	Fe	As	Ba
Numéro atomique	7	11	26	33	56
Masse molaire ( $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	14	23	56	75	137

Couples	$\text{H}^+/\text{H}_2$	$\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$	$\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}$	$\text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+}$
Potentiel standard (V)	0,00	1,23	-0,44	0,77

**Formulaire :** À  $T = 298 \text{ K}$  :  $\frac{RT}{\mathcal{F}} \ln 10 = 0,06 \text{ V}$

**Remarques :**

Electro-Acoustic Parameters		
<b>D</b>	mm	253
<b>Xmax</b>	mm	14
<b>Re</b>	$\Omega$	2,9
<b>Fs</b>	Hz	33
<b>Le</b>	mH@1kHz	1,83
<b>Le</b>	mH@10kHz	0,56
<b>Vas</b>	l	49,62
<b>Mms*</b>	g	167,1
<b>Cms</b>	mm/N	0,13
<b>BL</b>	T-m	13,57
<b>Qts</b>		0,47
<b>Qes</b>		0,53
<b>Qms</b>		4,40
<b>Spl (1m/2,83V)</b>	dB	90

FIGURE 1 : Extrait de la notice du haut-parleur HX300 1200W de la marque Hertz

## I - Étude du supraconducteur

### A) Jonction Josephson

Dans cette partie, on s'intéresse à une application directe des supraconducteurs : la jonction Josephson. Cette dernière est constituée de deux supraconducteurs en regard séparés par un isolant d'épaisseur  $d$ , typiquement de quelques nanomètres. Dans les supraconducteurs, deux électrons s'apparient pour former une paire de Cooper de charge électrique  $-2e$  et permettent de rendre compte des phénomènes quantiques observés.

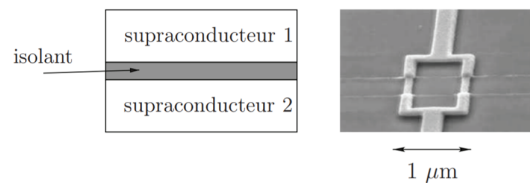


FIGURE 2 : À gauche : schéma d'une jonction Josephson. À droite : photographie réelle d'une jonction Josephson dans un circuit électrique.

En 1962, B. D. Josephson prédit l'existence d'un courant macroscopique à travers la jonction même en l'absence de différence de potentiel électrique entre les deux supraconducteurs. Ce courant est de la forme  $I_s = I_c \sin \phi(t)$  où  $I_c$  est appelé courant critique caractéristique de la jonction Josephson.

La représentation électrique d'une jonction Josephson est donnée en figure 3. Lorsqu'il existe une tension électrique  $V$  aux bornes de la jonction Josephson, on peut montrer que :

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{4\pi e}{h} V$$

Pour rendre compte du comportement réel de la jonction, on rajoute un condensateur de capacité  $C$  et un conducteur ohmique de résistance  $R$ .

Dans cette partie, on étudie la caractéristique électrique de la jonction réelle lorsqu'elle est soumise à un échelon de courant de valeur  $I_{\text{ext}}$ .

1/ À partir de la loi des nœuds et des relations précédentes, montrer que :

$$I_{\text{ext}} = \frac{Ch}{4\pi e} \frac{d^2\phi}{dt^2} + \frac{h}{4\pi eR} \frac{d\phi}{dt} + I_c \sin \phi(t)$$

On se propose d'étudier désormais une analogie mécanique à notre problème.

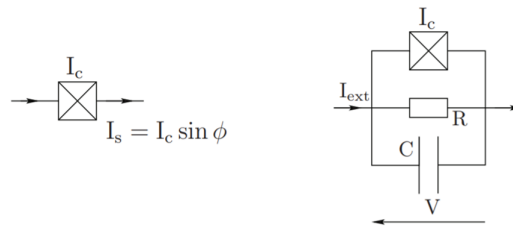


FIGURE 3 : Représentations électriques d'une jonction Josephson. À gauche, idéale, à droite réelle.

On considère un point matériel  $M$  de masse  $m$ , fixé à une barre rigide de masse négligeable devant  $m$ . Le pendule est soumis à un couple extérieur  $\vec{\Gamma} = \Gamma_{\text{ext}} \vec{e}_z$  où  $\Gamma_{\text{ext}}$  est un couple constant supposé connu. De plus, la masse  $M$  est soumise à un couple de frottement extérieur  $-\eta \dot{\theta} \vec{e}_z$  avec  $\eta$  supposé aussi connu. Le dispositif est représenté sur la figure 4.

L'application du théorème du moment cinétique appliqué au point  $M$  donne :

$$\Gamma_{\text{ext}} = J\ddot{\theta} + \eta\dot{\theta} + mgl \sin \theta$$

avec  $J$  le moment d'inertie du système autour de l'axe  $(Oz)$ .

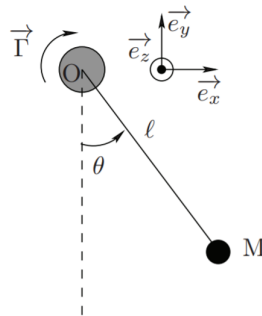


FIGURE 4 : Schéma du pendule soumis à un couple extérieur et à un couple de frottement.

- 2/ En comparant les équations électrique et mécanique, donner l'équivalent mécanique des grandeurs  $R$ ,  $\phi$ ,  $I_{\text{ext}}$ ,  $C$ , du courant Josephson  $I_c \sin \phi$  et de la tension  $V$ .

Dans la suite, on prendra  $\eta = 0$ .

- 3/ À partir de l'équation mécanique donnée dans l'énoncé, faire apparaître un bilan de puissance et interpréter les différents termes. Montrer que l'énergie potentielle  $E_p$  du système est de la forme (à une constante près fixée à zéro pour ce problème) :

$$E_p(\theta) = -mgl \cos \theta - \Gamma_{\text{ext}} \theta = -mgl \left( \cos \theta + \frac{\Gamma_{\text{ext}}}{mgl} \theta \right)$$

On représente, sur l'annexe à rendre avec la copie, le profil d'énergie potentielle en fonction de  $\theta$  pour différentes valeurs du paramètre  $\Gamma_{\text{ext}}/mgl$ .

- 4/ Indiquer sur l'annexe à rendre avec la copie les différentes positions d'équilibre lorsqu'elles existent et préciser leurs stabilités.
- 5/ En analysant les différentes courbes sur l'annexe à rendre avec la copie, préciser ce que l'on peut dire pour  $\Gamma_{\text{ext}} < mgl$  et  $\Gamma_{\text{ext}} > mgl$ .

L'analogie mécanique a permis de montrer que la jonction réelle avait deux comportements différents selon les valeurs de certains de ses paramètres. On se propose maintenant d'étudier la caractéristique électrique.

Dans toute cette partie, on travaille avec des variables adimensionnées  $\kappa = I_{\text{ext}}/I_c$ ,  $\tau = \omega_J t$  et un paramètre  $\beta_J$ .

- 6/ Montrer que l'équation différentielle électrique de la question 1/ se met sous la forme suivante, pour laquelle on donnera les expressions de  $\omega_J$  et  $\beta_J$  :

$$\kappa = \frac{d^2\phi}{d\tau^2} + \beta_J \frac{d\phi}{d\tau} + \sin\phi(\tau)$$

Étudions dans un premier temps le cas  $\beta_J \gg 1$ , appelé cas statique. Dans notre problème, la tension  $V$  dépend du temps. La grandeur pertinente est donc la moyenne temporelle  $\langle V(t) \rangle$ . Dans le cas  $\beta_J \gg 1$ , l'équation de la question précédente se résout analytiquement et on trouve :

$$\begin{cases} \langle V(t) \rangle = \pm R\sqrt{I_{\text{ext}}^2 - I_c^2} & \text{pour } |I_{\text{ext}}| \geq I_c \\ \langle V(t) \rangle = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- 7/ La condition  $\beta \gg 1$  est-elle vérifiée pour des petites ou des grandes capacités ? Comment le circuit électrique se simplifie-t-il dans ce cas ?  
8/ Que devient le circuit simplifié de la question précédente lorsque  $I_{\text{ext}} \gg I_c$  ? Interpréter.

On donne le résultat expérimental de la caractéristique tension-courant obtenue par Courtois, Meschke, Peltonen et Pekola (2008) en figure 5.

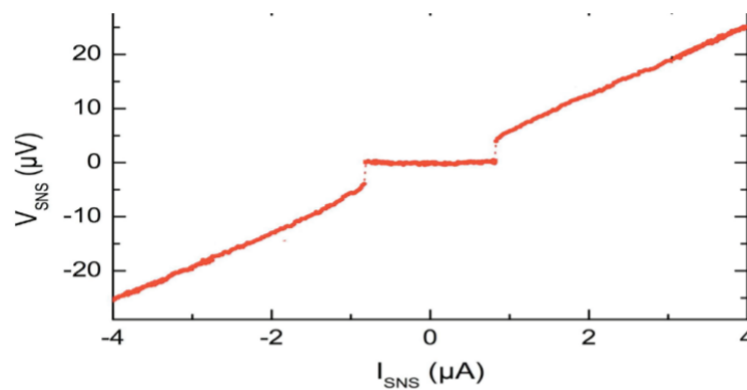


FIGURE 5 : Caractéristique électrique expérimentale obtenue par Courtois, Meschke, Peltonen et Pekola (2008). On mesure la tension moyenne  $V_{\text{SNS}}$  aux bornes de la jonction Josephson en fonction du courant extérieur  $I_{\text{SNS}}$ .

- 9/ À partir du graphe expérimental, déterminer la valeur de  $I_c$  et celle de la résistance  $R$  du circuit. On prendra soin de bien expliquer le raisonnement.

Lorsque la condition  $\beta_J \gg 1$  n'est plus vérifiée, il n'existe pas de solution analytique au problème. On utilise donc une résolution numérique qui permet de tracer le diagramme de phase  $(\frac{d\phi}{d\tau}, \tau)$ .

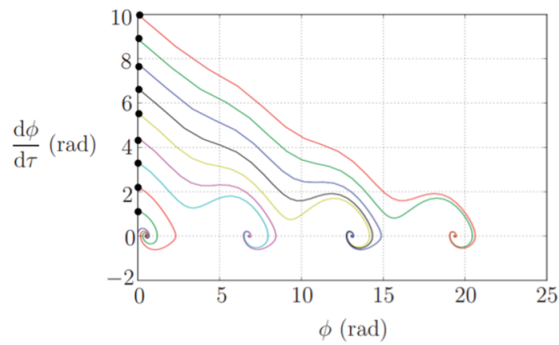
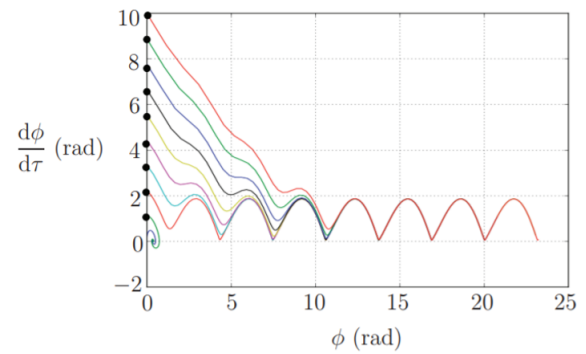
- 10/ À quelles conditions sur l'équation de la question 6/ retrouve-t-on l'équation d'un pendule simple sans frottement ? Représenter soigneusement le portrait de phase pour différentes vitesses initiales.

On se place à  $\beta_J = 0,6$  et on représente les diagrammes de phase obtenus numériquement pour différentes valeurs de  $\kappa$  (figures 6 et 7). Les courbes d'un même diagramme sont toutes tracées avec des conditions initiales différentes représentées par des points.

- 11/ À partir des diagrammes de phase, commenter l'évolution de la tension  $V$  aux bornes de la jonction. On rappelle que  $V = \frac{h}{4\pi e} \frac{d\phi}{dt}$ .

## B) Chimie du supraconducteur

Depuis la découverte du phénomène de supraconductivité, une partie de la recherche dans ce domaine vise à découvrir de nouveaux matériaux supraconducteurs à haute température critique. En effet, les matériaux actuels nécessitent d'utiliser un système de refroidissement pour obtenir ces températures critiques au maximum de l'ordre de 130 K ( $-140^\circ\text{C}$ ). Une partie de la recherche sur ces matériaux consiste à en découvrir de nouveaux qui deviennent supraconducteurs à de hautes températures proches de la température ambiante (matériaux dit à "haute" température critique). En 2008, des chercheurs ont synthétisé des supraconducteurs contenant des atomes de fer ce qui a permis de mieux comprendre ce phénomène et constitue un pas vers la découverte de matériaux hautes températures.

FIGURE 6 : Diagramme de phase pour  $\kappa = 0, 5$ FIGURE 7 : Diagramme de phase pour  $\kappa = 0, 699$ 

## 1 - Étude cristallographique du fer

Pour étudier en détails ces supraconducteurs ferriques, il faut se concentrer sur la structure électronique de l'élément fer.

12/ Donner la configuration électronique de l'atome de fer dans son état fondamental.

13/ En déduire, en le justifiant, les ions les plus courants de cet élément. À pression ambiante, le fer peut cristalliser sous différentes formes :

- pour des températures inférieures à  $912^\circ\text{C}$  : le fer, appelé fer- $\alpha$ , cristallise dans un système cubique centré (CC). La structure cristallographique est donnée en figure 8 ;
- pour des températures entre  $912^\circ\text{C}$  et  $1538^\circ\text{C}$  : le fer, appelé fer- $\gamma$ , cristallise dans un système cubique faces centrées (CFC).

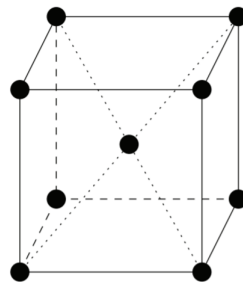


FIGURE 8 : Structure cubique centrée

14/ Représenter la maille élémentaire de type CFC.

15/ Pour les deux structures, quel est le nombre d'atomes de fer par maille ?

16/ Dans chaque structure, comment s'effectue le contact entre les atomes dans le cas de la compacité maximale ? En déduire la relation entre le paramètre de maille  $a$  et le rayon atomique  $r$  dans chacune des structures dans cette situation particulière.

17/ En déduire les masses volumiques théoriques du fer- $\alpha$  et du fer- $\gamma$ .

On donne la structure d'un supraconducteur haute température contenant du fer, du baryum et de l'arsenic, de formule chimique  $\text{Ba}_x\text{Fe}_y\text{As}_z$  (figure 9). On représente aussi une coupe selon la diagonale (ABCD) de la maille rectangulaire pour plus de clarté.

18/ Calculer le nombre d'atomes de baryum (Ba), de fer (Fe) et d'arsenic (As) dans une maille du supraconducteur représenté figure 9.

19/ En déduire la formule de l'alliage du supraconducteur pour laquelle  $x$  est le plus petit entier possible.

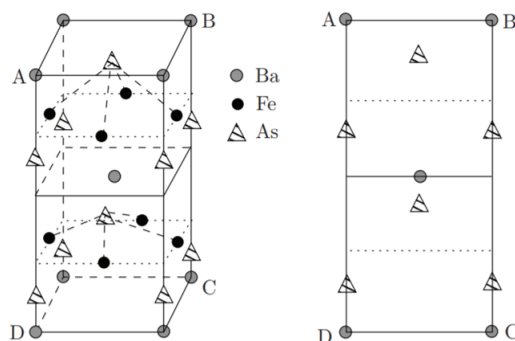


FIGURE 9 : Représentation d'une maille de la structure cristallographique de  $Ba_xFe_yAs_z$  et une coupe selon (ABCD).

## 2 - Stabilité du fer en solution aqueuse

Les espèces prises en compte sont :  $Fe(s)$ ,  $Fe^{2+}(aq)$ ,  $Fe^{3+}(aq)$ ,  $Fe(OH)_3(s)$  et  $Fe(OH)_2(s)$ .

On supposera que la concentration totale en espèce dissoute est de  $10^{-2}$  mol/L. L'allure du diagramme  $E$ -pH du fer est donnée figure 10. On superpose en pointillé le diagramme  $E$ -pH de l'eau. On supposera les pressions égales à la pression standard, soit  $P(H_2) = P(O_2) = P^\circ = 1$  bar.

- 20/ Écrire les deux demi-équations d'oxydoréduction dans lesquelles interviennent les couples de l'eau. En déduire les deux équations des droites en pointillés sur la figure 10 de l'énoncé.

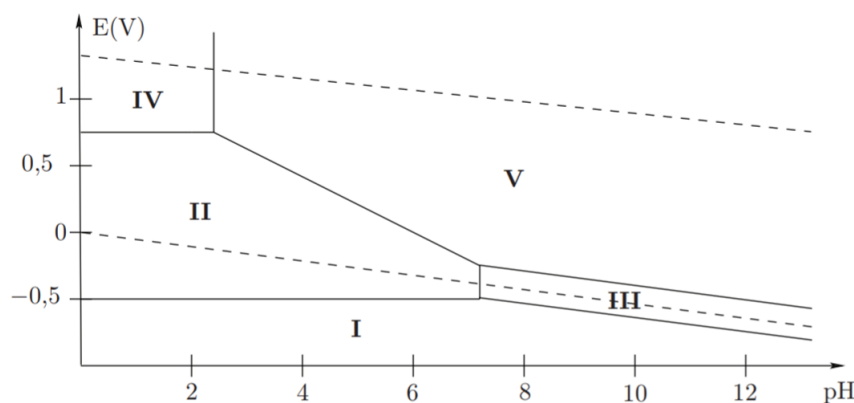


FIGURE 10 : Diagramme  $E$ -pH du fer

- 21/ Sur la figure 16 de l'annexe à rendre avec la copie, placer les différentes espèces du fer (numérotées de I à V), l'eau, le dioxygène et le dihydrogène. Justifier.
- 22/ Déterminer la pente de la frontière entre les domaines II et V.
- 23/ Établir la valeur du pH de la frontière entre les domaines IV et V et vérifier cette valeur avec la figure 10.

## II - Chimie de l'airbag

L'airbag (ou coussin gonflable) est un accessoire de sécurité passive développé pour l'automobile à la fin des années 1980 et qui équipe maintenant tous les véhicules.

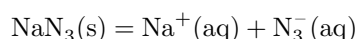
Depuis la fin des années 1980, l'airbag n'a cessé d'évoluer afin d'augmenter la protection des personnes dans les voitures. Lors d'un impact justifiant le déclenchement du système de sécurité, des capteurs détectent la décélération du véhicule : un signal électrique est envoyé à un détonateur, dans le générateur de gaz de l'airbag. Une décomposition très rapide (réaction de nature explosive) de l'azoture de sodium  $NaN_3$  solide provoque la libération en quelques millisecondes d'une quantité de gaz suffisante pour déployer les 35 L du sac en polyamide du coussin gonflable. Le système se dégonfle spontanément après quelques instants afin de libérer le passager.

## A) Formation du gaz

La formation du gaz supposé parfait, suit ces trois étapes :

- Réaction 1 :  $2 \text{NaN}_3(\text{s}) = 2 \text{Na}(\text{s}) + 3 \text{N}_2(\text{g})$  : réaction de génération du gaz.
- Réaction 2 :  $10 \text{Na}(\text{s}) + 2 \text{KNO}_3(\text{s}) = \text{K}_2\text{O}(\text{s}) + 5 \text{Na}_2\text{O}(\text{s})$  : réaction de sécurité.
- Réaction 3 :  $\text{K}_2\text{O}(\text{s}) + \text{Na}_2\text{O}(\text{s}) + \text{SiO}_2(\text{s}) = \text{K}_2\text{Na}_2\text{SiO}_4(\text{s})$  : réaction de combinaison.

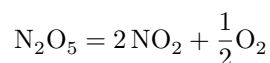
24/ Les couples en jeu dans la réaction de génération sont  $\text{Na}^+/\text{Na}$  dont le potentiel standard est  $E_1^\circ = -2,71$  V et  $\text{N}_2/\text{N}_3^-$  dont le potentiel standard est  $E_2^\circ = -3,40$  V. Établir l'équation de la réaction de génération du gaz par écriture des demi-équations d'oxydoréduction. On supposera pour cette question que les formes suivantes sont équivalentes :



- 25/ Cette réaction est-elle quantitative ? Justifier en calculant la constante d'équilibre de la réaction.
- 26/ Proposer une structure de Lewis pour les ions azotures  $\text{N}_3^-$ , supposée sans cycle.
- 27/ Dans le système d'airbag d'une voiture de série, 65 g d'azoture de sodium sont mis en jeu. Calculer la quantité de matière de diazote formé si l'on n'envisage que la réaction 1.
- 28/ On suppose la température  $T = 300$  K constante. L'airbag est-il gonflé ?
- 29/ En considérant que la totalité du sodium N a formé lors de la réaction 1 est transformée dans la réaction 2, déterminer la quantité de matière supplémentaire de diazote dans le ballon.
- 30/ Pourquoi la seconde réaction est-elle appelée réaction de sécurité ?
- 31/ Écrire l'équation de la réaction chimique de  $\text{Na}_2\text{O}$  avec l'eau sachant qu'une telle solution se colore en rose en présence de phénolphthaléine et que des ions  $\text{Na}^+$  sont produits.

## B) Cinétique de décomposition du pentaoxyde d'azote

La durée de formation du diazote dans l'airbag est d'environ 40 ms. Cette partie se propose d'étudier la cinétique d'une autre transformation chimique en phase gazeuse, la décomposition du pentaoxyde d'azote. Cette transformation est d'ordre 1 et suit l'équation de réaction :



- 32/ Donner la formule de Lewis des deux formes mésomères de la molécule  $\text{NO}_2$  (la structure fait apparaître un électron non-apparié sur un atome d'azote). Justifier qualitativement la présence de l'électron non-apparié en utilisant l'équation de décomposition du pentaoxyde d'azote.
- 33/ Justifier par un argument simple que ces deux formes sont équiprobables. Expliquer si on peut conclure à l'existence d'un moment dipolaire pour la molécule  $\text{NO}_2$ .

Cette réaction est réalisée vers  $160^\circ\text{C}$  en phase gazeuse où on considère qu'elle est la seule à se produire. On admet de plus que tous les gaz se comportent comme des gaz parfaits et on note  $k$  la constante de vitesse. La réaction est étudiée dans un récipient de volume constant  $V$ .

À l'instant initial  $t = 0$ , on introduit  $\text{N}_2\text{O}_5$  pur dans l'enceinte, à la « concentration »  $[\text{N}_2\text{O}_5]_0 = \frac{n(\text{N}_2\text{O}_5)_0}{V}$ .

On note  $P_0$  la pression initiale dans l'enceinte,  $n(t)$  la quantité de matière en pentaoxyde d'azote à une date ultérieure quelconque et on suit l'évolution de la réaction en mesurant la pression totale dans l'enceinte  $P(t)$  en fonction du temps. Les résultats sont reportés dans le tableau ci-dessous.

$t(\text{s})$	0	600	1200	2400	3600	4800
$P (\times 10^5 \text{ Pa})$	0,46	0,64	0,77	0,94	1,05	1,09

34/ Établir l'expression de  $P(t) - \frac{5}{2}P_0$  en fonction de  $n(t)$ ,  $R$ ,  $T$  et  $V$ .

35/ En déduire l'expression de la vitesse volumique de la réaction  $v = -\frac{1}{V} \frac{dn}{dt}$  en fonction de  $R$ ,  $T$  et  $\frac{dP}{dt}$ .

La réaction est d'ordre 1 par rapport à  $\text{N}_2\text{O}_5$  avec  $k$  la constante de vitesse à la température  $T$ .

36/ Établir l'équation différentielle vérifiée par  $P(t)$ . On la mettra sous la forme :

$$\frac{dP}{dt} + kP = \frac{5}{2}kP_0$$

37/ Donner l'expression de  $P(t)$  et l'allure du graphe correspondant.

38/ La figure 11 est la représentation graphique de  $\ln\left(\frac{5 - 2\frac{P}{P_0}}{3}\right)$  en fonction du temps, tracée à l'aide des données du tableau ci-dessus.  
En tirer la valeur de  $k$ .

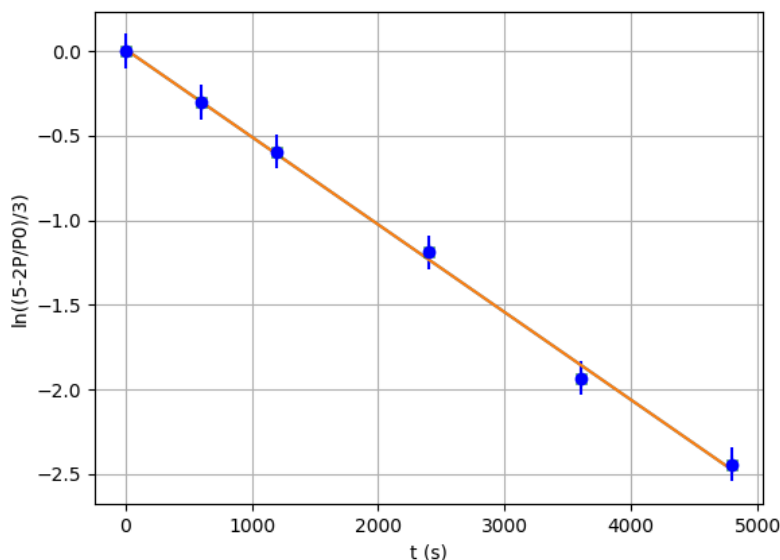


FIGURE 11 : Graphe  $\ln\left(\frac{5 - 2\frac{P}{P_0}}{3}\right) = f(t)$  avec  $t$  en secondes

39/ Pour cette réaction, l'énergie d'activation est de 103 kJ/mol. À quelle température faudra-t-il réaliser la réaction si on veut que 95 % du réactif soit transformé au bout de 30 minutes ?

40/ À 200°C, il faut 3 minutes et 20 secondes pour que  $\frac{2}{3}$  de  $N_2O_5$  ait réagi. Calculer la valeur de la constante de vitesse à cette température. Calculer le temps de demi-réaction à cette température. Que deviendrait-il si on réalisait la même manipulation en doublant la pression initiale ?

### III - Électronique du haut-parleur

#### A) Impédance électrique équivalente

##### 1 - Expression de l'impédance électrique équivalente

On étudie dans cette partie le comportement d'un haut-parleur en RSF. Une étude électromécanique permet d'aboutir à une expression de la relation entre la tension aux bornes du haut-parleur et l'intensité le parcourant :

$$\underline{Z} = \frac{U}{I} = \underline{Z}_e + \underline{Z}_m = R_e + jL_e\omega + \frac{1}{j\omega C_m + \frac{1}{R_m} + \frac{1}{j\omega L_m}}$$

L'impédance complexe  $\underline{Z}_e$  est appelée « impédance électrique » et traduit les phénomènes purement électriques en jeu dans le haut-parleur tandis que  $\underline{Z}_m$  est appelée « impédance motionnelle » et caractérise les phénomènes mécaniques.

41/ Dédurre, de l'expression de  $\underline{Z}$ , le schéma électrique équivalent au haut-parleur en régime sinusoïdal forcé. On explicitera dans le schéma l'agencement des dipôles décrits par les grandeurs  $R_e$ ,  $L_e$ ,  $C_m$ ,  $R_m$  et  $L_m$ .



## 2 - Étude de l'impédance électrique équivalente

On utilise les valeurs numériques des paramètres du haut-parleur HX300 1200W données dans l'extrait de notice reproduit dans la figure 1. Dans la suite, lorsque la fréquence d'excitation sera inférieure à 100 Hz, on négligera la contribution de  $L_e$  dans  $\underline{Z}_e$  afin de simplifier les expressions.

- 42/ Compte tenu des valeurs numériques données dans la figure 1, que pensez-vous de la validité de cette approximation consistant à négliger la contribution de  $L_e$  dans  $\underline{Z}_e$  ?

Dans la suite de cette sous-partie, on se place à une fréquence d'excitation inférieure à 100 Hz.

- 43/ Exprimer  $\underline{Z}$  sous la forme :

$$\underline{Z} = R_e + \frac{R_m}{1 + jQ_{ms} \left( \frac{\omega}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega} \right)} \quad (1)$$

où  $\omega_s$  est la pulsation associée à la fréquence  $f_s$  apparaissant dans l'extrait de notice de la figure 1 et est appelée pulsation de résonance mécanique. On précisera les expressions de  $\omega_s$  et  $Q_{ms}$  en fonction de  $L_m$ ,  $C_m$  et  $R_m$ .

- 44/ En déduire les expressions des parties réelle  $\text{Re}(\underline{Z})$  et imaginaire  $\text{Im}(\underline{Z})$  de l'impédance complexe  $\underline{Z}$  en fonction de  $R_e$ ,  $R_m$ ,  $\omega_s$ ,  $Q_{ms}$  et de  $\omega$ .
- 45/ Montrer que  $\text{Re}(\underline{Z})$  présente un maximum pour une pulsation  $\omega_{\max}$ . Préciser les expressions de  $\omega_{\max}$  et de  $(\text{Re}(\underline{Z}))_{\max} = \text{Re}(\underline{Z})(\omega_{\max})$ . Que vaut  $\text{Im}(\underline{Z})(\omega_{\max})$  ?
- 46/ On pose  $\alpha = Q_{ms} \left( \frac{\omega}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega} \right)$ . Exprimer  $\text{Im}(\underline{Z})$  en fonction de  $\alpha$ . Montrer que  $\text{Im}(\underline{Z})(\alpha)$  présente deux extrema. En déduire que  $\text{Im}(\underline{Z})(\omega)$  présente deux extrema pour les pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , avec  $\omega_2 > \omega_1$ . Préciser les expressions de  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . En déduire que  $Q_{ms} = \frac{\omega_s}{\omega_2 - \omega_1}$ .

### B) Mesure de $\underline{Z}$

Dans cette partie, on cherche à mesurer  $R_e$ ,  $f_s$  et  $Q_{ms}$ . On se place à une fréquence d'excitation inférieure à 100 Hz. Dans ces conditions, on rappelle que l'impédance électrique équivalente du haut-parleur s'écrit :

$$\underline{Z} = R_e + \frac{R_m}{1 + jQ_{ms} \left( \frac{\omega}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega} \right)} \quad (2)$$

Le montage utilisé est schématisé dans la figure 12. La tension  $u_e(t) = U_e \cos(\omega t + \phi_{u_e})$  est délivrée par un générateur basse fréquence à masse flottante. On suit les tensions  $u_1$  et  $u_2$  à l'aide d'un oscilloscope numérique ( $u_1$  sur la voie 1 et  $u_2$  sur la voie 2). On prend  $R = 100 \Omega$ .

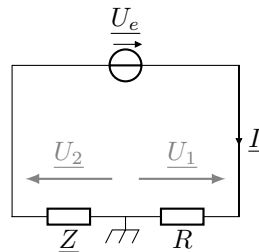


FIGURE 12 : Schéma du montage permettant la mesure de  $\underline{Z}$  (en représentation complexe).

- 47/ Exprimer le rapport  $\frac{U_2}{U_1}$  en fonction de  $R$  et de  $\underline{Z}$ .

La figure 17 de l'annexe à rendre avec la copie est une reproduction de l'écran de l'oscilloscope visualisant les tensions  $u_1$  et  $u_2$  à la fréquence 40 Hz.

- 48/ Expliciter et réaliser les mesures à effectuer à partir des courbes de la figure 17 permettant d'obtenir les points de mesures correspondant à  $\text{Re}(\underline{Z})$  et à  $\text{Im}(\underline{Z})$  à la fréquence 40 Hz. On annotera la figure 17.

### 1 - Mesure de $R_e$

Une série de mesures similaires à celles qui viennent d'être explicitées permet d'obtenir, après modélisation, les graphes représentés dans la figure 18 de l'annexe à rendre avec la copie.

- 49/ Où peut-on lire la valeur de  $R_e$  sur les graphes de la figure 18 de l'annexe à rendre avec la copie ? Est-elle compatible avec ce qui est annoncé par le fabricant (voir la figure 1) ? Comment pourrait-on mesurer  $R_e$  plus simplement au laboratoire ?

## 2 - Mesures de $f_s$ et de $Q_{ms}$

50/ Déterminer graphiquement les valeurs de  $f_s$  et  $Q_{ms}$  à l'aide de la figure 18 de l'annexe à rendre avec la copie. On annotera soigneusement la figure 18.

### C) Mesure de $|\underline{X}|$

On se propose d'utiliser une autre méthode expérimentale<sup>1</sup> permettant de déterminer les grandeurs  $f_s$  et  $Q_{ms}$ . Le montage électrique utilisé est schématisé dans la figure 13. La tension  $u(t)$  délivrée par le générateur est sinusoïdale d'amplitude  $U$  et de fréquence  $f$ . On choisit  $R' = 1,0 \text{ k}\Omega$  afin d'opérer à  $|\underline{I}|$  quasi indépendante de la fréquence  $f$  d'excitation. On note  $I_0$  cette valeur quasi constante.

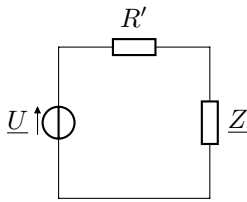


FIGURE 13 : Montage électrique utilisé pour mettre la membrane en mouvement.

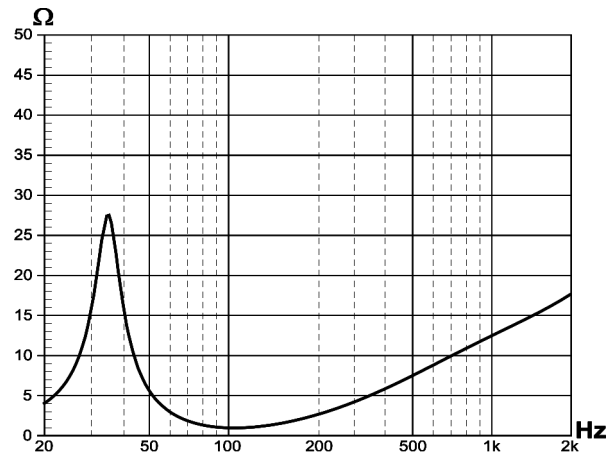


FIGURE 14 : Extrait de la notice du haut-parleur HX300 1200W de la marque Hertz montrant l'évolution de  $|\underline{Z}|$  en fonction de la fréquence d'excitation.

51/ Sachant que  $f$  restera inférieure à 2 kHz, justifier le choix de la valeur de  $R'$ . On pourra s'appuyer sur l'extrait de notice reproduit dans la figure 14.

Les équations électrique et mécanique, non-établies ici, permettent d'exprimer le rapport des amplitudes complexes de la position de l'équipage mobile du haut-parleur ( $\underline{X}$ ) et de l'intensité parcourant le haut-parleur ( $\underline{I}$ ). On donne :

$$\frac{\underline{X}}{\underline{I}} = \frac{K}{1 + j\frac{\omega}{Q_{ms}\omega_s} - \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2} \quad (3)$$

où  $K$  est une constante réelle.

52/ En considérant que  $|\underline{I}|$  est constante et égale à  $I_0$ , exprimer l'amplitude  $|\underline{X}|$  de  $x$ .

1. Cette méthode est présentée dans *Détection interférométrique de mouvements*, Muriel Dunlop, Alain Le Rille et François Vandembrouck, BUP (Vol 107), pp. 185 – 195. La photographie du montage reproduite dans la figure ?? est extraite de cet article.

## Annexes à rendre avec la copie

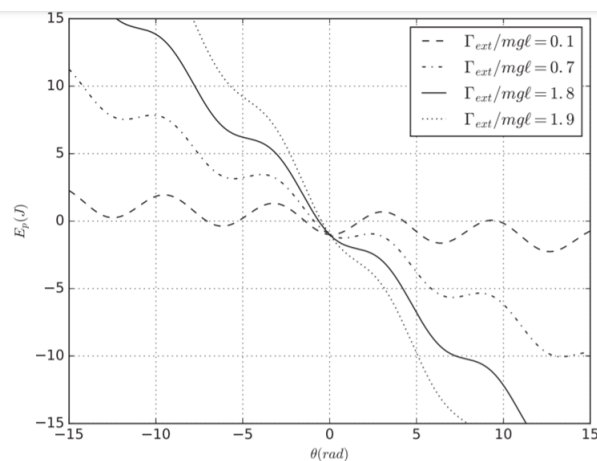


FIGURE 15 : Profil d'énergie potentielle en fonction de  $\theta$  pour différentes valeurs de  $\Gamma_{ext}/mg\ell$

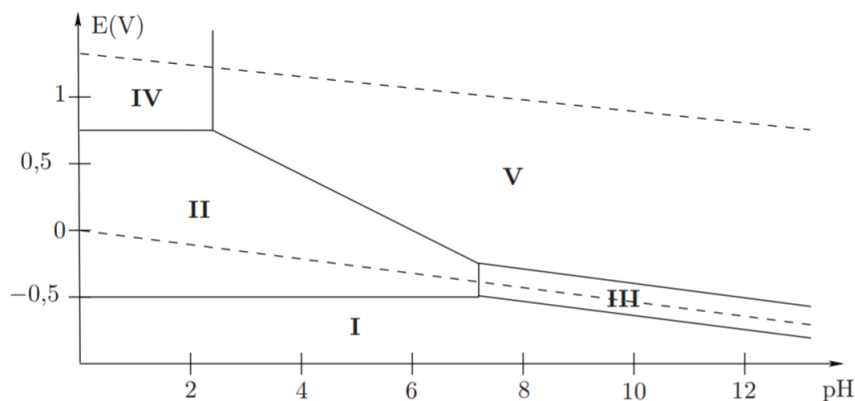


FIGURE 16 : Diagramme  $E$ -pH du fer

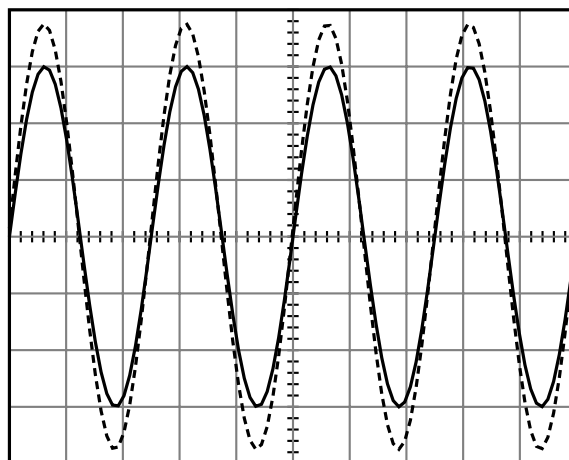


FIGURE 17 : Reproduction de l'écran de l'oscilloscope visualisant les tensions  $u_1$  et  $u_2$  à la fréquence 40 Hz. La vitesse de balayage vaut 10 ms/div. Les sensibilités verticales de la voie 1 et de la voie 2 valent respectivement 1 V/div et 100 mV/div. La voie 1 ( $u_1$ ) est en traits pleins. La voie 2 ( $u_2$ ) est en pointillés.

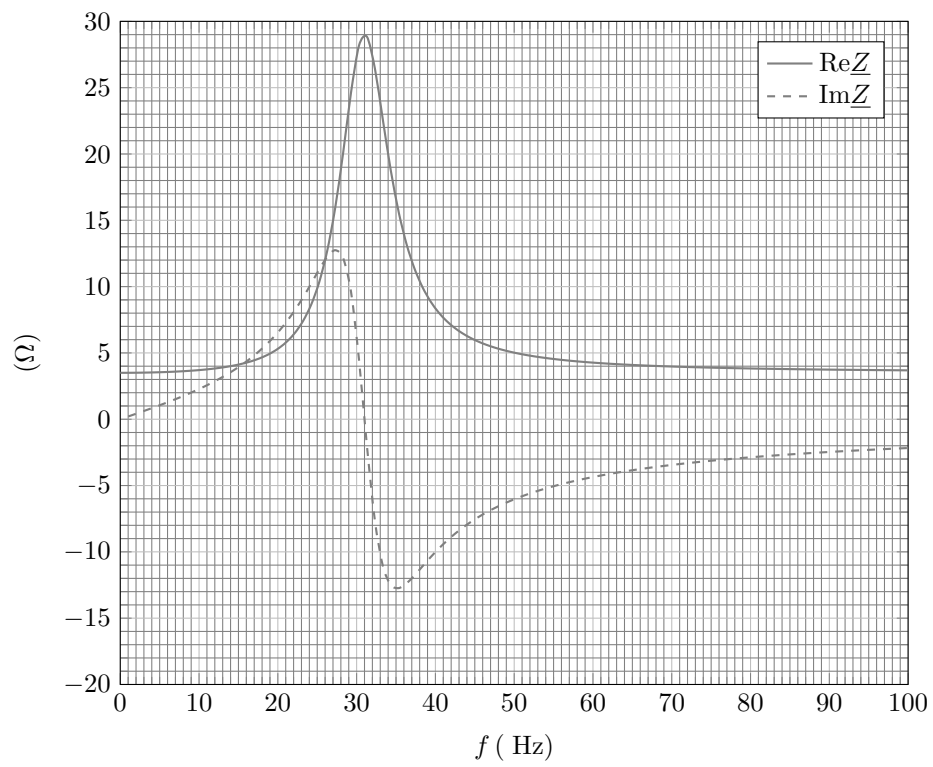


FIGURE 18 : Évolution des parties réelle et imaginaire de  $Z$  en fonction de la fréquence d'excitation  $f$ .