Deuxième principe de la thermodynamique - Bilans d'entropie
TD 27

SAVOIR-FAIRE

Savoir-faire 1 - Faire un bilan entropique

Le système étudié est le solide donné dans l'énoncé.

À l'état initial, le système est dans l'état décrit par les grandeurs : T_I, V_I, P_I, n_I.
À l'état final, le système est dans l'état décrit par les grandeurs : T_F, V_F, P_F, n_F.

Le système étant fermé : $n_F = n_I$.
Le système étant un solide, on peut le modéliser par une phase condensée idéale. Ainsi, $V_I = V_F$.
À l'état final, le système est dans un état d'équilibre thermique avec l'extérieur, ainsi : $T_F = T_0$ [1].
Le deuxième principe de la thermodynamique donne :

$$\Delta S = S_{\text{éch}} + S_{\text{créée}}$$

Explicitons alors tous ces termes :

D'après l'expression de l'entropie donnée :

$$\Delta S = S(T_F) - S(T_I) = C \ln T_F + \text{cste} - C \ln T_I + \text{cste} \quad \text{soit} \quad \boxed{\Delta S = C \ln \frac{T_0}{T_I}}$$

De plus, le refroidissement se fait au contact d'un seul thermostat de température T_0. En notant Q l'échange thermique au cours de ce refroidissement :

$$S_{\text{éch}} = \frac{Q}{T_0}$$

Le système étant au repos macroscopique, le premier principe de la thermodynamique nous permet d'écrire : $\Delta U = Q + W$ avec ΔU la variation d'énergie interne du solide et W le travail fourni au système. Ce dernier terme est nul car le système ne reçoit aucun travail.
Le système étant une phase condensée idéale, $\Delta U = C\Delta T = C(T_F - T_I)$. Ainsi :

$$Q = C(T_0 - T_I)$$

On en déduit ainsi $\boxed{S_{\text{éch}} = \dfrac{C(T_0 - T_I)}{T_0}}$

Nous pouvons alors déduire l'expression de l'entropie créée du bilan donné plus haut :

$$\boxed{S_{\text{créée}} = C\left(\ln \frac{T_0}{T_I} - \frac{T_0 - T_I}{T_0}\right)}$$

On peut mettre cette expression sous une forme un peu différente : $S_{\text{créée}} = C\left(\ln \dfrac{T_0}{T_I} - 1 + \dfrac{T_I}{T_0}\right) = C\left(\dfrac{T_I}{T_0} - 1 - \ln \dfrac{T_I}{T_0}\right)$
Or, on sait que $x - 1 > \ln x$ pour tout x strictement positif. On en déduit donc que $S_{\text{créée}}$ est strictement positive si $T_I \neq T_0$, la transformation est alors irréversible.
Le seul cas de réversibilité est le cas $T_0 = T_I$.

Savoir-faire 2 - Utiliser la loi de Laplace

Le gaz parfait subissant une transformation adiabatique réversible, il subit une transformation isentropique. On peut alors lui appliquer la loi de Laplace qui nous donne :

$$P^{1-\gamma} T^{\gamma} = \text{cste}$$ [2]

Ainsi :

$$P_I^{1-\gamma} T_I^{\gamma} = P_F^{1-\gamma} T_F^{\gamma} \quad \text{soit} \quad T_F = \left(\frac{P_I^{1-\gamma} T_I^{\gamma}}{P_F^{1-\gamma}}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

1. Remarquons qu'on n'utilise pas ici l'argument de l'équilibre mécanique.
2. N'en retenez qu'une et démontrez les autres sur votre brouillon !

Ainsi :

$$\boxed{T_F = T_I \left(\frac{P_I}{P_F}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$$

L'application numérique donne alors : $T_F = 475$ K.