

Évolution d'un système thermodynamique

SAVOIR-FAIRE

Savoir-faire 1 - Calculer un travail de forces pressantes

Transformation isochore :

Au long d'une transformation isochore, le volume du système est constant. Or, l'expression du travail des forces de pression durant la transformation est :

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P_{\text{ext}} dV$$

Le volume du système étant constant, on en déduit que $dV = 0$, donc le travail des forces pressantes est nul pour une transformation isochore.

Transformation monobare :

Au long d'une transformation isochore, la pression du milieu extérieur au système est constante. Or, l'expression du travail des forces de pression durant la transformation est :

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P_{\text{ext}} dV \quad \text{la pression ext étant constante : } W = -P_{\text{ext}} \int_{V_i}^{V_f} dV$$

On obtient ainsi, pour une transformation monobare, $W = -P_{\text{ext}} \Delta V$.

Transformation mécaniquement réversible isotherme pour un gaz parfait :

Au long d'une transformation mécaniquement réversible, la pression du système est égale à celle de l'extérieur : $P = P_{\text{ext}}$ et pour une transformation isotherme, la température du système est constante. De plus, un gaz parfait vérifie $PV = nRT$ son équation d'état.

Or, l'expression du travail des forces de pression durant la transformation est :

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P_{\text{ext}} dV \underset{\text{M.R.}}{=} - \int_{V_i}^{V_f} P dV \underset{\text{G.P.}}{=} - \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV \underset{\text{isoT}}{=} -nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = -nRT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

Un gaz parfait suivant une transformation mécaniquement réversible isotherme subit un travail $W = -nRT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$.

Transformation mécaniquement réversible suivant $PV^\gamma = \text{cste}$ pour un gaz parfait :

L'expression du travail des forces de pression durant la transformation est :

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P_{\text{ext}} dV \underset{\text{M.R.}}{=} - \int_{V_i}^{V_f} P dV$$

Au vu de la condition donnée dans l'énoncé, on sait que la pression initiale et le volume initial vérifient :

$$PV^\gamma = P_i V_i^\gamma$$

On peut alors en déduire que le travail s'exprime :

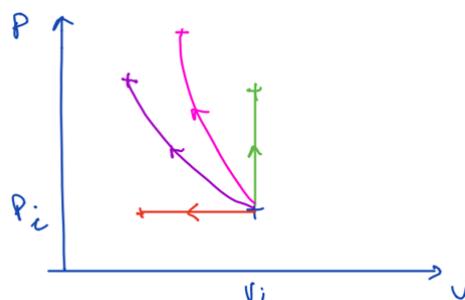
$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P_i V_i^\gamma \frac{dV}{V^\gamma} = -P_i V_i^\gamma \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V^\gamma} = -P_i V_i^\gamma \frac{V_f^{1-\gamma} - V_i^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

Or, $P_f V_f^\gamma = P_i V_i^\gamma$, donc :

$$W = \frac{P_f V_f - P_i V_i}{\gamma - 1} \underset{\text{G.P.}}{=} \frac{nR}{\gamma - 1} (T_f - T_i)$$

Savoir-faire 2 - Utiliser un diagramme de Clapeyron

La condition de quasi-staticité est nécessaire pour supposer que P et V sont définis à tout instant et ainsi pouvoir tracer leur évolution au cours de la transformation.



En vert, la courbe représentant une évolution isochore : volume constant.

En rouge, la courbe représentant une évolution isobare : pression constante. Une évolution monobare quasi-statique est nécessairement isobare si le système a une paroi mobile. En effet, le système est constamment à l'équilibre mécanique avec l'extérieur par cette paroi !

En violet, la courbe représentant une évolution isotherme → il s'agit d'une hyperbole.

En rose, la courbe représentant l'évolution de $P = \frac{cste}{V^\gamma}$. Pour savoir si la courbe rose est au-dessus de la violette, il faut connaître la valeur de γ . Ce coefficient (il s'agit du coefficient adiabatique introduit à la fin du cours) vaut généralement plus de 1.

Savoir-faire 3 - Calcul d'un transfert thermique

Transformation isochore d'une phase condensée idéale de T_1 vers T_2 :

On considère une phase condensée idéale qui, dans notre cas, est un système fermé.

Le premier principe appliqué à ce système fermé donne :

$$\Delta U = W + Q$$

Or, pour une phase condensée idéale, on a, au cours d'une transformation : $\Delta U = C\Delta T$.

De plus, la transformation étant isochore, on a : $W = 0$.

Ainsi, $Q = C\Delta T = C(T_2 - T_1)$

Transformation isotherme quasi-statique d'un gaz parfait de V_1 à V_2 :

On considère un gaz parfait qui, dans notre cas, est un système fermé.

Le premier principe appliqué à ce système fermé donne :

$$\Delta U = W + Q$$

Or, pour un gaz parfait, on a, au cours d'une transformation : $\Delta U = C_v\Delta T$ avec C_v la capacité thermique à volume constant du gaz parfait considéré.

De plus, la transformation étant isotherme, on a : $\Delta T = 0$.

Enfin, le travail des forces pressantes sur ce système est donné par : $W = -nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$ d'après le SF 1.

Ainsi, $Q = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

Transformation isobare d'un gaz parfait de T_1 vers T_2 :

On considère un gaz parfait qui, dans notre cas, est un système fermé.

Le premier principe appliqué à ce système fermé donne :

$$\Delta U = W + Q$$

Or, pour un gaz parfait, on a, au cours d'une transformation : $\Delta U = C_v\Delta T$ avec C_v la capacité thermique à volume constant du gaz parfait considéré.

De plus, la transformation étant isobare, on a : $W = -P\Delta V = -P(V_2 - V_1)$.

Encore une fois, pour un système fermé, une transformation isobare et dont le volume peut varier est tout le temps monobare et mécaniquement réversible : $P = P_{\text{ext}} = \text{cste}$.

En utilisant la loi des gaz parfaits, on obtient : $W = -nR(T_2 - T_1)$.

Ainsi, $Q = C_v(T_2 - T_1) + nR(T_2 - T_1) = (C_v + nR)(T_2 - T_1)$. On reconnaît alors la relation de Mayer :

$$Q = C_p(T_2 - T_1)$$

Une autre manière de gérer ce problème aurait été de choisir directement le premier principe « version H » la transformation étant isobare. Ainsi :

$$\Delta H = W_u + Q$$

N'y ayant pas d'autres travaux que ceux des forces de pression :

$$Q = \Delta H = C_p(T_2 - T_1)$$

Savoir-faire 4 - Effectuer un bilan énergétique en calorimétrie

Le système considéré est le système calorimètre+eau+barreau de cuivre. La transformation dans le calorimètre peut être considérée comme adiabatique, et comme il n'y a pas de travail fourni au système, le premier principe donne :

$$\Delta H = Q + W_u = 0$$

Par additivité de l'enthalpie, la variation totale d'enthalpie est la somme de celles de l'eau, du calorimètre et du métal. Comme il s'agit de phases condensées changeant de température, on a :

$$\Delta H = \Delta H_{\text{eau}} + \Delta H_{\text{calo}} + \Delta H_{\text{Cu}} = m_{\text{eau}}c_{\text{eau}}(T_f - T_{\text{eau}}) + \mu c_{\text{eau}}(T_f - T_{\text{eau}}) + m_{\text{Cu}}c_{\text{Cu}}(T_f - T_{\text{Cu}})$$

en décrivant le calorimètre par sa valeur en eau μ et en notant T_f la température finale du système, m les masses, c les capacités thermiques massiques, T les températures, les grandeurs indicées par "eau" relatives à l'eau et les grandeurs indicées par "Cu" relatives au barreau de cuivre¹. Finalement :

$$c_{\text{Cu}} = \frac{(m_{\text{eau}} + \mu)c_{\text{eau}}(T_{\text{eau}} - T_f)}{m_{\text{Cu}}(T_f - T_{\text{Cu}})}$$

L'application numérique donne :

$$c_{\text{Cu}} = 9,8 \cdot 10^2 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

1. Et oui... Il faut introduire les grandeurs, que ce soit lourdingue ou non... Sinon on ne sait pas ce que vous faites ! L'introduction de m , c et T est toutefois non nécessaire. L'introduction des indices l'est, elle.