

Je kiffe la chimie!!!

I- Un matériau pour la fabrication de miroirs de télescope (d'après Centrale TSI 2016)

A) Structure de la matière

1/ Règles de remplissage :

- règle de Pauli : deux électrons ne peuvent avoir leurs quatre nombres quantiques identiques
- règle de Hund : les électrons se répartissent dans les cases quantiques avant de s'apparier
- règle de Klechkowski : Le remplissage s'effectue selon des valeurs croissantes de $(n+\ell)$, en cas d'égalité on remplit d'abord le plus petit n .

2/ C : $1s^2 2s^2 2p^2$ 3/ Le silicium étant situé juste en dessous, sa configuration de valence est la même. Seulement, sa période étant la suivante, son plus grand nombre quantique principal est $n = 3$.Si : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$ Le numéro atomique du Silicium est donc 14.

4/ Ces deux éléments appartiennent à la même famille. Leurs propriétés chimiques sont donc semblables. Le carbone est potentiellement plus réactif car il est plus électronégatif que le silicium.

B) Approche thermodynamique de la formation du SiC par CVD

5/ Le quotient réactionnel est défini par :

$$Q_r = \frac{a(\text{SiC}) \cdot a(\text{HCl})^3}{a(\text{CH}_3\text{SiCl}_3)} = \frac{\left(\frac{p(\text{HCl})}{P^\circ}\right)^3}{\frac{p(\text{CH}_3\text{SiCl}_3)}{P^\circ}}$$

6/ Par définition, une pression partielle p_i d'un gaz de quantité de matière n_i est donnée par :

$$p_i = \frac{n_i}{n_{\text{tot}}} p \quad \text{avec } n_{\text{tot}} \text{ la quantité de matière de gaz totale.}$$

Dressons un tableau d'avancement :

	CH_3SiCl_3 (g)	=	SiC (s)	+	3HCl (g)		n_{tot}
État initial	n		0		0		n
État final	$n - \xi_f$		ξ_f		$3\xi_f$		$n + 2\xi_f$

On en déduit donc :

$$p(\text{CH}_3\text{SiCl}_3) = \frac{n - \xi_f}{n + 2\xi_f} p \quad \text{et} \quad p(\text{HCl}) = \frac{3\xi_f}{n + 2\xi_f} p$$

De plus, par définition, $\alpha = \frac{\xi}{n}$. Soit :

$$\boxed{p(\text{CH}_3\text{SiCl}_3) = \frac{1 - \alpha}{1 + 2\alpha} p} \quad \text{et} \quad \boxed{p(\text{HCl}) = \frac{3\alpha}{n + 2\alpha} p}$$

7/ La loi d'action des masses donne :

$$K^\circ = Q_{r,\text{éq}} = \frac{\left(\frac{p(\text{HCl})_{\text{éq}}}{P^\circ}\right)^3}{\frac{p(\text{CH}_3\text{SiCl}_3)_{\text{éq}}}{P^\circ}}$$

Soit, d'après la question précédente :

$$K^\circ = \frac{\left(\frac{3\alpha_{\text{éq}}}{1 + 2\alpha_{\text{éq}}} \frac{p}{P^\circ}\right)^3}{\frac{1 - \alpha_{\text{éq}}}{1 + 2\alpha_{\text{éq}}} \frac{p}{P^\circ}} = \left(\frac{p}{P^\circ}\right)^2 \frac{27\alpha_{\text{éq}}^3}{(1 - \alpha_{\text{éq}})(1 + 2\alpha_{\text{éq}})^2}$$

On obtient ainsi, en remarquant que $p/P^\circ = 1$:

$$K^\circ(1 - \alpha_{\text{éq}})(1 + 4\alpha_{\text{éq}} + 4\alpha_{\text{éq}}^2) = 27\alpha_{\text{éq}}^3$$

D'où, l'équation suivante :

$$\boxed{\alpha_{\text{éq}}^3(27 + 4K^\circ) + \alpha_{\text{éq}}3K^\circ - K^\circ = 0}$$

- 8/ $\xi_f = \alpha_f n$ or, d'après le tableau d'avancement, la quantité de carbure de silicium solide formé vaut ξ_f . Numériquement, on obtient :

$$\xi_f = 0,80 \text{ mol}$$

- 9/ Le nouvel état initial est le suivant :

	$\text{CH}_3\text{SiCl}_3 \text{ (g)}$	$=$	SiC (s)	$+$	3 HCl (g)	$ $	n_{tot}
État initial	$n - n_1$		n_1		0		$n - n_1$
État final	$n - n_1 - \xi_f$		$n_1 + \xi_f$		$3\xi_f$		$n - n_1 + 2\xi_f$

Ici, n_1 est la quantité de carbure de silicium formé lors de la première réaction. Le quotient de réaction vaut alors à l'état initial :

$Q_{r,i} = 0$ la réaction se produit donc dans le sens direct, on peut déposer davantage de carbure de silice

Le raisonnement est le même qu'aux questions précédentes du point de vue du quotient de réaction dans la mesure où le carbure de silice n'y intervient pas. En posant $\alpha' = \frac{\xi}{n - n_1}$ on obtient alors l'équation suivante :

$$\alpha'_{\text{éq}}{}^3 (27 + 4K^\circ) + \alpha'_{\text{éq}} 3K^\circ - K^\circ = 0$$

La solution est toujours 0,80, on en déduit donc qu'une quantité : $\xi_f = (n - n_1)\alpha'_{\text{éq}}$ de carbure de silice a été formée lors de cette deuxième évolution, soit, numériquement :

$$\xi_f = 0,16 \text{ mol}$$

- 10/ Par itérations successives de cette méthode, on produit 80% de ce qu'il reste de MTS en carbure de silice. Ainsi, $n_{i+1} = 0,8n_i$, on a affaire à une suite géométrique de raison 0,8 et de premier terme 1,0 mol. La somme des termes d'une suite géométrique est donnée par :

$$S_n = 1,0 \frac{1 - 0,8^{n+1}}{1 - 0,8}$$

En faisant tendre n vers l'infini, cette somme tendra vers 1. Toutefois, l'infini est encore difficilement réalisable en pratique... donc on atteindra une valeur proche de 100% à terme mais jamais rigoureusement 100% selon toute logique.

C) Approche cinétique

- 11/ La transformation est considérée comme totale. Il suffit donc de mesurer la durée pour que la concentration initiale de MTS soit divisée par 2. On obtient :

$n \text{ (mol)}$	0,30	0,20	0,10
$t_{1/2} \text{ (min)}$	21	21	21

Le temps de demi-réaction ne dépend pas de la quantité initiale du réactif, l'ordre de la réaction est donc 1.

- 12/ L'ordre de la réaction vaut 1, la loi de vitesse se met donc sous la forme :

$$v = k[\text{MTS}] \quad \text{or, par définition de la vitesse} \quad v = -\frac{d[\text{MTS}]}{dt}$$

On obtient ainsi :

$$\frac{d[\text{MTS}]}{dt} + k[\text{MTS}] = 0$$

- 13/ La résolution de cette équation donne :

$$[\text{MTS}](t) = Ae^{-kt} \quad \text{avec } A \text{ une constante réelle}$$

À l'instant initial, on a :

$$[\text{MTS}](0) = A \quad \text{donc} \quad [\text{MTS}](t) = [\text{MTS}]_0 e^{-kt}$$

14/ Le temps de trois-quarts de réaction est défini tel que :

$$[\text{MTS}](t_{3/4}) = \frac{1}{4}[\text{MTS}]_0 \quad \text{car la réaction est totale}$$

Cela est vérifié à la condition suivante :

$$e^{-kt_{3/4}} = \frac{1}{4} \quad \text{soit} \quad \boxed{t_{3/4} = \frac{\ln 4}{k}}$$

15/ On peut montrer que :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} \quad \text{donc} \quad \frac{t_{3/4}}{t_{1/2}} = \frac{\ln 4}{\ln 2} \approx 2$$

Dans le cas présent, on mesure :

n (mol)	0,30	0,20	0,10
$t_{3/4}$ (min)	42	42	42

Les résultats correspondent bien au double des temps de demi-réaction, c'est donc satisfaisant.

16/ D'après l'énoncé, $t_{1/2}$ dépend de la température et :

$$\frac{t_{1/2}(T_2)}{20} = t_{1/2}(T_3)$$

En remplaçant par leurs expressions :

$$\ln 2/20k(T_2) = \ln 2/k(T_3)$$

Ainsi : $20k(T_2) = k(T_3)$.

De plus, d'après la loi d'Arrhénius :

$$k(T) = Ae^{-E_a/RT}$$

Donc,

$$\boxed{E_a = \frac{\ln(20)R}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}}$$

L'application numérique donne : $E_a = 388 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

II- Formation d'une cyanhydrine

A) Questions préliminaires

17/ Aucune espèce n'est gazeuse, la mesure de la pression totale n'est donc pas utile.

Aucune espèce n'est ionique, la mesure de la conductivité ne sert pas à grand chose pour suivre la cinétique de la réaction.

En revanche, une seule espèce est colorée, la cyanhydrine, la mesure de l'absorbance au cours du temps nous permet donc de suivre l'évolution de la concentration en cyanhydrine au cours du temps.

18/ Dressons le tableau d'avancement suivant :

	Et (aq)	+	HCN(aq)	=	C (aq)
État initial	c_1		c_2		0
État intermédiaire	$c_1 - x(t)$		$c_2 - x(t)$		$x(t)$

La loi de Beer-Lambert donne : $A(t) = \varepsilon_\lambda \ell [C]$ avec ε_λ le coefficient d'absorptivité molaire de C et ℓ la longueur de la cuve.

Ainsi, on a : $A(t) = Bx(t)$ avec B une constante. Or, on sait que :

$$[\text{Et}](t) = c_1 - x(t)$$

La réaction est totale et dans les deux cas, le réactif limitant est Et, on en déduit donc que $x_f = x_{\max} = c_1$, donc :

$$A(t \rightarrow \infty) = Bc_1$$

Donc :

$$A(t \rightarrow \infty) - A(t) = B[\text{Et}](t)$$

Ainsi :

$$\boxed{\frac{A(t \rightarrow \infty) - A(t)}{A(t \rightarrow \infty)} = \frac{[\text{Et}](t)}{[\text{Et}](0)}}$$

B) Expériences de cinétique

19/ Les réactifs sont introduits en proportions stœchiométriques, on peut donc écrire, à tout instant :

$$[\text{HCN}](t) = [\text{HCN}]_0 = [\text{Et}]_0 = [\text{Et}](t)$$

La loi de vitesse devient ainsi : $v = k[\text{Et}]^p[\text{Et}]^q = k[\text{Et}]^{p+q}$

Ainsi, mise sous cette forme, la loi de vitesse peut être étudiée pour déterminer l'ordre global $p + q$.

20/ Supposons que la réaction soit d'ordre global 1, la loi de vitesse se met sous la forme :

$$v = k[\text{Et}] \quad \text{de plus, la définition de la vitesse donne } v = -\frac{d[\text{Et}]}{dt}$$

Ainsi, on obtient l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d[\text{Et}]}{dt} + k[\text{Et}] = 0$$

Une séparation des variables donne :

$$\frac{d[\text{Et}]}{[\text{Et}]} = -k dt$$

Intégrons entre l'instant initial et l'instant t :

$$\boxed{\ln[\text{Et}](t) - \ln[\text{Et}](0) = -kt}$$

Supposons que la réaction soit d'ordre global 2, la loi de vitesse se met sous la forme :

$$v = k[\text{Et}]^2 \quad \text{de plus, la définition de la vitesse donne } v = -\frac{d[\text{Et}]}{dt}$$

Ainsi, on obtient l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d[\text{Et}]}{dt} + k[\text{Et}]^2 = 0$$

Une séparation des variables donne :

$$\frac{d[\text{Et}]}{[\text{Et}]^2} = -k dt$$

Intégrons entre l'instant initial et l'instant t :

$$\boxed{\frac{1}{[\text{Et}](t)} - \frac{1}{[\text{Et}]_0} = kt}$$

On en conclut donc que si le tracé (1) de $\ln[\text{Et}]$ en fonction du temps est affine, alors la réaction est d'ordre 1, si le tracé (2) de $1/[\text{Et}]$ en fonction du temps l'est, alors la réaction est d'ordre 2.

Les points du tracé (1) ne sont pas alignés, l'ordre 1 peut être rejeté. Toutefois, les points du tracé (2) semblent alignés, on peut donc valider l'ordre global 2.

21/ À l'aide de la courbe, on recherche le coefficient directeur : une augmentation de 5 L/mol en ordonnées correspond à une durée de 900 s, la constante de vitesse a donc la valeur :

$$k = 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

22/ Dans l'expérience 2, l'acide cyanhydrique est en large excès par rapport à l'éthanal, on peut donc considérer que $[\text{HCN}]$ reste constante au cours du temps. La loi de vitesse devient :

$$v = k[\text{HCN}]^p[\text{Et}]^q = k_{app}[\text{Et}]^q$$

en posant $k_{app} = k[\text{HCN}]^p$ constante réduite de la réaction.

L'étude de cette expérience donne ainsi accès à l'ordre partiel par rapport à l'éthanal.

- 23/ Les méthodes intégrales développées en question 20/ sont toujours valables si on ne considère que l'ordre partiel par rapport à l'éthanal. Les deux nouveaux tracés sont donc étudiés de la même manière.

On remarque que les points du tracé (2') de $1/[Et]$ en fonction du temps ne sont pas alignés, la réaction n'est donc pas d'ordre 2 par rapport à l'éthanal.

En revanche, les points du tracé (1') de $\ln([Et]/[Et]_0)$ sont alignés, ce qui nous permet de valider l'hypothèse de l'ordre 1. La réaction est donc d'ordre partiel 1 par rapport à l'éthanal.

- 24/ On en déduit que l'ordre partiel par rapport à l'acide cyanhydrique est aussi de 1 car $p + q = 2$.
 25/ Durant 800 secondes, la courbe décroît de 0,4. On en déduit donc la valeur de la constante de vitesse réduite :

$$k_{app} = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

Or, $k_{app} = k[HCN]$. On en déduit que $k = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$. Le résultat est bien cohérent avec celui de la question 21/ aux imprécisions près.

- 26/ Pour vérifier le modèle obtenu, il nous faut effectuer une régression linéaire. Appliquons le logarithme népérien au modèle :

$$\log k = \log k_0 + g \log[H_3O^+] = \log k_0 - g\text{pH}$$

En traçant $\log k$ en fonction du pH, on peut vérifier le modèle.

Sur ce tracé, les points sont alignés et la courbe de régression tracée à la calculatrice passe au plus près d'eux. On en déduit donc que le modèle est validé.

- 27/ La pente donnée par la calculatrice correspond à l'opposée de g , on en déduit donc :

$$g = -1$$

- 28/ L'ordonnée à l'origine correspond à $\log k_0$, on en déduit donc :

$$k_0 = 3,9 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$$

Logiquement, cette constante est liée à la température par la loi d'Arrhénius.

C) Dissociation de l'acide cyanhydrique en solution aqueuse

- 29/ Pour une mole de HCl dissoute, une mole de H^+ apparaît en solution. Or, la réaction est totale, donc tout le HCl(s) est dissout. On en déduit donc qu'une quantité de matière n_2 est présente en solution.
 30/ L'expression de la concentration d'un soluté est donnée par :

$$c = n/V$$

avec c la concentration en soluté, n sa quantité de matière dans la solution et V le volume de la solution.

Ici, cela donne :

- $[HCN] = \frac{n_1}{V}$ soit $[HCN] = 1,0 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$
- $[H^+] = \frac{n_2}{V}$ soit $[H^+] = 1,0 \cdot 10^{-4,2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

On sait que $\text{pH} = -\log[H_3O^+] = -\log[H^+]$, on en déduit donc que le pH de la solution juste avant que la réaction ne se produise est de 4,2.

- 31/ Le quotient de réaction de la réaction (*) est donné par :

$$Q_r = \frac{[H_3O^+][CN^-]}{[HCN]c^\circ}$$

Soit, à l'instant initial, n'y ayant pas de CN^- en solution :

$$Q_{r,i} = 0$$

La réaction se produira dans le sens direct.

- 32/ Dressons un tableau d'avancement pour la réaction :

	HCN (aq)	+	H ₂ O(ℓ)	=	CN ⁻ (aq)	+	H ₃ O ⁺ (aq)
État initial	n_1		Excès		0		n_2
État final	$n_1 - \xi_f$		Excès		ξ_f		$n_2 + \xi_f$

La valeur de la constante d'équilibre étant très faible, on peut considérer la réaction comme quasi-nulle. Ainsi : $[\text{HCN}] \approx \frac{n_1}{V}$ et $[\text{H}_3\text{O}^+] \approx \frac{n_2}{V}$.

Le quotient de réaction à l'équilibre s'écrit :

$$Q_{r,eq} = \frac{\frac{(n_2) \xi_f}{V}}{\frac{n_1}{V} c^\circ}$$

Or, d'après la loi d'action des masses :

$$Q_{r,eq} = K_\star^\circ \quad \text{soit} \quad K_\star^\circ = \frac{n_2 \xi_f}{n_1 c^\circ V}$$

Ainsi, on isole ξ_f :

$$\xi_f = \frac{n_1 K_\star^\circ c^\circ V}{n_2}$$

Soit, numériquement :

$$\xi_f = 9,8 \cdot 10^{-7} \text{ mol}$$

Cette valeur est très faible devant les valeurs des quantités introduites initialement, l'approximation de réaction quasi-nulle est donc valide.

On en déduit la proportion suivante d'acide cyanhydrique dissocié en solution :

$$\eta = \frac{\xi_f}{n_1} = 9,8 \cdot 10^{-6} \text{ mol}$$

- 33/ Au vu de l'infime proportion de dissociation d'acide cyanhydrique dans l'eau, cette réaction ne risque pas de parasiter la production de cyanhydrine.

III- Accords de guitare

- 34/ Le signal a une valeur moyenne de l'ordre de 10 mV.
- 35/ On retrouve un motif caractéristique toutes les 2 ms environ, ce qui correspond à une fréquence de l'ordre de $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-3}} = 500 \text{ Hz}$.
- 36/ Le signal est supposé périodique : il peut donc être décomposé en série de Fourier. Il n'est par ailleurs pas purement sinusoïdal : son spectre ne sera donc pas uniquement composé du pic fondamental, et il y aura donc des harmoniques.
- 37/ Il s'agit d'un passe-haut : les fréquences inférieures à une certaines fréquences sont atténuées.
- 38/ On constate que la pente de l'asymptote en basses fréquences est de 40 dB/décade, et que la variation de phase entre basses et hautes fréquences vaut π . Il s'agit donc d'un ordre 2. Par ailleurs, la fréquence propre f_0 correspond à un déphasage de $\frac{\pi}{2}$, donc $f_0 = 10 \text{ Hz}$.
- 39/ On aura en sortie le signal suivant :

$$s(t) = G(\omega)E_0 \cos(\omega t + \varphi(\omega)) + G(10\omega)E_0 \cos(10\omega t + \frac{\pi}{2} + \varphi(10\omega))$$

$$+ G(100\omega)E_0 \cos(100\omega t - \frac{\pi}{3} + \varphi(100\omega))$$

$$\text{ou } s(t) = E_0 G(2 \text{ Hz}) \cos(\omega t + \varphi(2 \text{ Hz})) + E_0 G(20 \text{ Hz}) \cos(10\omega t + \frac{\pi}{2} + \varphi(20 \text{ Hz}))$$

$$+ E_0 G(200 \text{ Hz}) \cos(100\omega t - \frac{\pi}{3} + \varphi(200 \text{ Hz}))$$

On lit alors $G_{\text{dB}}(2 \text{ Hz}) = -30 \text{ dB}$, soit $G(2 \text{ Hz}) = 10^{-\frac{30}{20}} \approx 0,03$; $G_{\text{dB}}(20 \text{ Hz}) = -5 \text{ dB}$, soit $G(20 \text{ Hz}) = 10^{-\frac{5}{20}} \approx 0,6$ et $G_{\text{dB}}(200 \text{ Hz}) = 0 \text{ dB}$, soit $G(200 \text{ Hz}) = 1$.

On lit de même $\varphi(2 \text{ Hz}) \approx \frac{5\pi}{6}$, $\varphi(20 \text{ Hz}) \approx \frac{\pi}{3}$ et $\varphi(200 \text{ Hz}) \approx 0$. On a donc :

$$s(t) = 0,03 \cos(\omega t + \frac{5\pi}{6}) + 0,6 \cos(10\omega t + \frac{5\pi}{6}) + \cos(100\omega t - \frac{\pi}{3}) \text{ en Volts.}$$

- 40/ En basses fréquences, la bobine est équivalente à un fil, ce qui impose $u = 0$.
 En hautes fréquences, la bobine est équivalente à un interrupteur ouvert ce qui impose $i = 0$ dans le circuit.
 Par ailleurs, le condensateur est équivalent à un fil donc la loi des mailles donne $e = u$.
 Il s'agit donc bien d'un passe-haut.

41/ Réponses :

41/(a) On introduit l'impédance équivalente Z_{eq} résultant de l'association en parallèle de la bobine et de la résistance R telle que : $\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{jL\omega} + \frac{1}{R}$.

Le circuit est équivalent à Z_{eq} et Z_C en série avec le générateur. On peut calculer u aux bornes de Z_{eq} à l'aide de la formule du pont diviseur de tension.

$$u = \frac{Z_{eq}}{Z_{eq} + Z_C} e$$

En remplaçant et en faisant le calcul, on obtient $u = \frac{-LC\omega^2}{1 - LC\omega^2 + j\omega L/R} e$

On trouve l'équation demandée avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ et $Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$

Ainsi $\boxed{H(\omega) = \frac{-\omega^2 LC}{1 + j\omega L/R - \omega^2 LC}}$. Donc $K = -1$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$

41/(b) En basses fréquences, on a une fonction de transfert équivalente :

$$H_{BF}(\omega) = \frac{Kx^2}{1} = Kx^2 = -x^2$$

On a donc le gain en basses fréquence :

$G_{BF} = |K|x^2 = x^2$ et en décibels : $G_{dB,BF} = 20 \log(x^2) = 40 \log(x)$. La pente de l'asymptote en basses fréquences est donc +40 dB/décade.

Pour la phase, on a $\varphi_{BF} = \arg(-x^2) = \pi$

41/(c) On a $G(x=1) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{Q^2}}} = Q$. Or on lit graphiquement $G_{dB}(x=1) = -10$ dB,

$$\text{donc } G(x=1) = Q = 10^{-\frac{10}{20}} = 0,3$$

42/ En basses fréquences, la bobine est équivalente à un fil, ce qui impose $u_s = 0$. En hautes fréquences, le condensateur est équivalent à un fil, ce qui impose à nouveau $u_s = 0$. Ce filtre est donc a priori un passe-bande.

43/ Notons Z_{eq} l'impédance équivalente à l'association de la bobine, du condensateur et de la résistance R en parallèle. On a donc $\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}$.

On a ensuite par un pont diviseur de tension :

$$u_s = \frac{Z_{eq}}{Z_{eq} + R_0} u_e = \frac{1}{1 + \frac{R_0}{Z_{eq}}} u_e = \frac{1}{1 + \frac{R_0}{R} + j\omega R_0 C + \frac{R_0}{j\omega L}} u_e = \frac{\frac{R}{R+R_0}}{1 + j\omega \frac{RR_0 C}{R+R_0} - j \frac{RR_0}{\omega L(R+R_0)}} u_e$$

Par identification, on a donc $\boxed{H_0 = \frac{R}{R+R_0}}$, puis $\frac{Q}{\omega_0} = \frac{RR_0 C}{R+R_0}$ et $Q\omega_0 = \frac{RR_0}{L(R+R_0)}$, ce qui permet

$$\text{d'écrire : } \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \text{ et } \boxed{Q = \frac{RR_0}{R+R_0} \sqrt{\frac{C}{L}}}$$

44/ En basses fréquences, on a une fonction de transfert équivalente : $H_{BF} = \frac{H_0}{-jQ\frac{\omega_0}{\omega}} = j\frac{H_0\omega}{Q\omega_0}$.

On a donc un gain en décibels à basses fréquence $G_{dB,BF} = 20 \log(H_0/(Q\omega_0)) + 20 \log(\omega)$, ce qui représente une pente de +20dB/déc.

La phase en basses fréquences est donnée par $\arg(H_{BF}) = \pi/2$.

$$\text{De même en hautes fréquences : } H_{HF} = \frac{H_0}{jQ\frac{\omega}{\omega_0}} = -j\frac{H_0\omega_0}{Q\omega}$$

On a donc un gain hautes fréquences : $G_{dB,HF} = 20 \log(H_0\omega_0/Q) - 20 \log(\omega)$, ce qui représente une pente -20dB/déc.

La phase en hautes fréquences est donnée par $\arg(H_{HF}) = -\pi/2$.

45/ La lampe s'éteint pour une amplitude de la tension de sortie du filtre inférieure à $\frac{\sqrt{2}}{2}$ V. Le signal d'entrée étant d'amplitude 1V, un signal de sortie d'amplitude $\frac{\sqrt{2}}{2}$ V correspond aux valeurs de gain frontières de

la bande-passante. Ainsi, on veut que la largeur de la bande passante Δf corresponde à l'erreur autorisée sur la fréquence de la note : ± 10 Hz, soit une largeur de 20 Hz.

On sait que $\Delta f = \frac{f_0}{Q}$, donc on souhaite avoir $Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{500}{20} = 25$

46/ On sait que l'on veut $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, ainsi que $Q = \frac{RR_0}{R + R_0} \sqrt{\frac{C}{L}} = 25$. On obtient après calcul $C = \frac{Q}{2\pi f_0 RR_0} (R + R_0)$ et $L = \frac{RR_0}{(R + R_0) 2\pi f_0 Q}$