

Optique géométrique

I- Énergie dégagée par l'explosion nucléaire Trinity

1/ On sait que l'énergie cinétique d'une particule de masse m et de vitesse v s'exprime : $E = \frac{1}{2}m.v^2$ donc $[E] = [m].[v]^2 = M.L^2.T^{-2}$.

2/ Supposons $R(t) = E^a.t^b.\rho^c$. On a $[R] = L$
 et $[E^a.t^b.\rho^c] = (M.L^2.T^{-2})^a.T^b.\left(\frac{M}{L^3}\right)^c = M^{a+c}.T^{b-2a}.L^{2a-3c}$.

Pour que la relation soit homogène, il faut donc

$$\begin{array}{lcl} a + c = 0 & \text{soit} & c = -a \\ b - 2a = 0 & & b = 2a \\ 2a - 3c = 1 & & 2a + 3a = 1 \end{array} \quad \text{soit} \quad \begin{array}{l} c = -1/5 \\ b = 2/5 \\ a = 1/5 \end{array}$$

L'expression $R(t) = E^{1/5}.t^{2/5}.\rho^{-1/5}$ est homogène.

3/ $E = \frac{R^5.\rho}{t^2}$

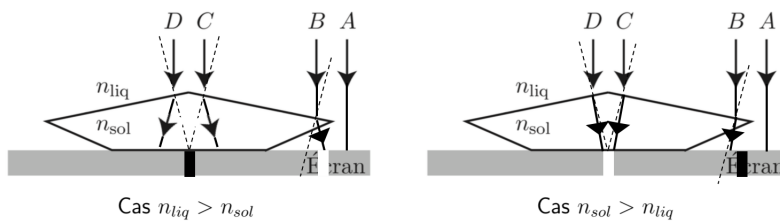
4/ Sur la photographie, on mesure un diamètre du « nuage » de 3,4 cm. Or, il y a une échelle qui indique que 100 m sont représentés par 1,3 cm. Le « nuage » a donc un rayon $R = \frac{3,4}{2 \times 1,3} \times 100 = 1,3 \cdot 10^2$ m.

En appliquant la formule précédente, sachant que la photographie a été prise à $t = 0,025$ s, on a : $E = \frac{(1,3 \cdot 10^2)^5 \times 1}{0,0025^2} = \frac{4 \cdot 10^{10}}{(0,25 \cdot 10^{-1})^2} = \frac{4 \cdot 10^{10}}{(\frac{1}{4} \cdot 10^{-1})^2} = 4 \cdot 10^{10} \times 16 \cdot 10^2 = 6,4 \cdot 10^{13}$ J

5/ D'après la CIA, l'énergie libérée par la bombe est $E_{CIA} = 20 \cdot 10^6 \times 4 \cdot 10^6 = 8 \cdot 10^{13}$ J. Ce qui est proche du résultat trouvé par analyse dimensionnelle. On en conclut que l'analyse dimensionnelle permet de trouver un bon ordre de grandeur de l'énergie libérée par la bombe.

II- Collection de pierres précieuses

- 6/ La moissanite a une masse volumique inférieure à l'iodure de méthylène liquide, contrairement aux autres pierres, donc elle va flotter dans ce liquide tandis que les autres non.
- 7/ Une source de lumière est dite monochromatique si son spectre ne comporte qu'une longueur d'onde. Le LASER est la source de lumière la plus proche de ce modèle.
- 8/ L'approximation géométrique est valable tant que la taille a des obstacles rencontrés par la lumière est très supérieure à sa longueur d'onde, sinon il apparaît le phénomène de diffraction. Le phénomène de diffraction est donc un cas où l'approximation n'est plus valable.
- 9/ Si $n_{liq} > n_{sol}$, les rayons s'éloignent de la normale.
 Si $n_{liq} < n_{sol}$, les rayons se rapproche de la normale.

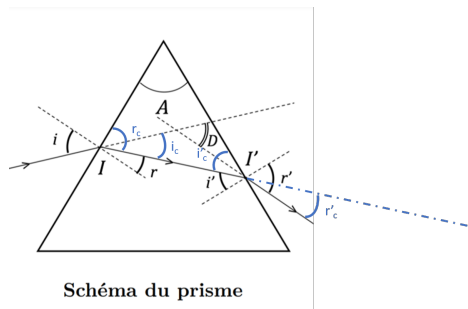


10/ Si $n_{sol} > n_{liq}$, les rayons C et D ont tendance à se focaliser sous l'arête au sommet, dans une zone qui apparaîtra ainsi plus lumineuse. Le rayon B est lui aussi détourné, et le rayon A n'étant pas dévié, il existe une zone qui ne reçoit pas de lumière et qui apparaîtra sombre. Ainsi, les zones de plus fortes luminosité sont concentrées sous les arêtes.

Si $n_{liq} > n_{sol}$, les rayons C et D vont donc diverger, la zone située sous ces rayons sera sombre. Le rayon A n'est toujours pas dévié et le rayon B semble converger vers lui, cette zone de l'écran sera lumineuse. Ainsi, sous les arrêtes seront les zones sombres.

11/ Plaçons-nous dans le triangle AII', la somme des angles de ce triangle vaut π et les normales en I et I' étant par définition perpendiculaires aux côtés du prisme, on obtient :

$$\pi = A + r_c + i'_c = A + \frac{\pi}{2} - r + \frac{\pi}{2} - i' \quad \text{soit} \quad \boxed{A = i' + r}$$



12/ D'après la construction visible sur le schéma ci-dessus, on obtient directement :

$$D = i_c + r'_c \quad \text{or} \quad \begin{matrix} i_c = i - r \\ r'_c = r' - i' \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{car } i_c + r \text{ est l'opposé au sommet de } i \\ \text{pour la même raison, } i' \text{ étant l'opposé au sommet de } r' - r'_c \end{matrix}$$

Donc : $D = i - r + r' - i'$ soit :

$$\boxed{D + A = i + r'}$$

13/ L'indice de réfraction du verre est de l'ordre de 1,5.

14/ La première loi associée à la réfraction est que le rayon incident, le rayon réfracté et la normale sont dans le même plan : le plan d'incidence.

La deuxième loi lie les indices de réfraction n_1 et n_2 des milieux d'incidence et de réfraction ainsi que les angles i_1 et i_2 d'incidence et de réfraction :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

15/ La deuxième loi pour la réfraction appliquée en I, en notant n_0 l'indice de réfraction de l'air, donne :

$$n_0 \sin a = n_2 \sin b \quad \text{soit, en prenant l'indice de l'air égal à 1,000} \quad \boxed{\sin a = n_2 \sin b}$$

16/ Les angles b et c sont alternes-internes, les normales étant parallèles, on a $b = c$. De plus, on peut écrire la loi de Snell-Descartes pour la réfraction en J de sorte à obtenir :

$$n_2 \sin c = n_0 \sin d \quad \text{soit, en utilisant (1)} \quad n_0 \sin d = n_2 \sin b = n_0 \sin a$$

Les angles étant compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$, on obtient :

$$\boxed{a = d}$$

17/ La réflexion totale est le phénomène selon lequel la réfraction n'existe pas pour n'importe quel angle d'incidence. Dès lors que l'angle d'incidence dépasse une valeur limite, on n'observe que de la réflexion au niveau du dioptre.

Si $n < N$, la troisième loi de Snell-Descartes (sur la réfraction) nous indique que l'angle de réfraction est supérieur à l'angle d'incidence. Il existe donc toujours une réfraction dans le cas $n < N$, la réflexion totale n'est pas possible.

18/ La réflexion totale est possible, on a donc, d'après la question précédente : $n > N$. Ce phénomène apparaît pour un angle supérieur à l'angle limite α_{lim} tel que l'angle de réfraction vaille $\frac{\pi}{2}$. La troisième loi de Snell-Descartes nous donne alors :

$$n \sin \alpha_{\text{lim}} = N \sin \frac{\pi}{2} \quad \text{soit} \quad \boxed{\alpha_{\text{lim}} = \arcsin \left(\frac{N}{n} \right)}$$

19.9/(a)

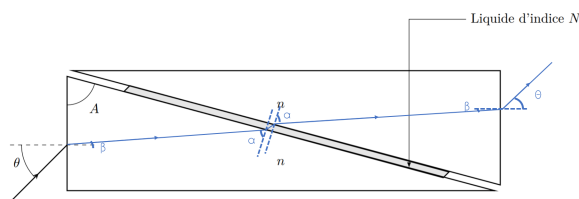


FIGURE 3 : Cas n°1 : le rayon émerge sur la face opposée à la face d'entrée

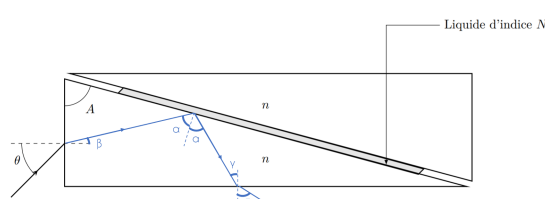


FIGURE 4 : Cas n°2 : le rayon subit une réflexion totale sur le dioptre verre-liquide

- 19/(b) Nous avons montré en question 18/ que $\alpha_{\text{lim}} = \arcsin \frac{N}{n}$. De plus, le schéma du cas n°2 que nous avons donné à la question précédente nous permet de raisonner de manière analogue à la question 11/ en écrivant :

$$A = \beta + \alpha$$

Or, pour qu'il y ait réflexion totale sur le liquide, il faut que $\alpha > \alpha_{\text{lim}}$, soit, $\beta < A - \alpha_{\text{lim}}$.
De plus, la troisième loi de Snell-Descartes pour la réfraction à l'interface air verre d'indice n donne :

$$n_0 \sin \theta = n \sin \beta$$

L'inégalité précédente donne, en prenant $n_0 = 1,000$:

$$\sin \theta < n \sin(A - \alpha_{\text{lim}})$$

On peut donc poser θ_{lim} tel que :

$$\theta_{\text{lim}} = \arcsin \left[n \sin \left(1 - \arcsin \frac{N}{n} \right) \right]$$

Pour θ inférieur à θ_{lim} , il y a donc bien réflexion totale sur le liquide.

- 19/(c) On peut modifier l'expression précédente de manière à isoler N :

$$N = n \sin \left(A - \arcsin \frac{\sin \theta_{\text{lim}}}{n} \right)$$

- 19/(d) L'application numérique donne : $N = 1,75$.

- 20/ La pierre 1 pour laquelle les arêtes paraissent sombres est telle que $n < n_{\text{iodure méthylène}}$. C'est donc le flint.

La pierre 2 pour laquelle les arêtes paraissent brillantes est telle que $n > n_{\text{iodure méthylène}}$. C'est donc le zircon.

- 21/ Une telle longueur d'onde dans le vide correspond à du jaune-orangé. Or, cette couleur ne dépend pas du milieu, c'est donc toujours du jaune-orangé.

La longueur d'onde d'une radiation dans un milieu d'indice n est donnée par :

$$\lambda(n) = \frac{\lambda_0}{n} \quad \text{avec } \lambda_0 \text{ la longueur d'onde de la radiation dans le vide}$$

Ainsi, pour les valeurs données dans le tableau, l'application numérique donne :

$$\lambda_{\text{Zircon}} = 302 \text{ nm} \quad \text{et} \quad \lambda_{\text{Flint}} = 359 \text{ nm}$$

- 22/ Pour obtenir l'image du point A , il faut tracer le parcours au travers de la lame de deux rayons incidents passant par A . L'intersection de ces deux rayons donne le point image de A . Un premier rayon est déjà tracé, nous prenons pour deuxième rayon celui arrivant en incidence normale et donc non dévié. Voir annexe.

- 23/ Voir annexe

- 24/ Dans le triangle AIK rectangle en K , l'angle en A est a par propriété des angles alternes internes : on peut écrire : $\tan a = \frac{IK}{AK}$.

Dans le triangle $A'JL$ rectangle en L , l'angle en A' est a car il est correspondant de d ! on peut écrire : $\tan a = \frac{JL}{A'L}$.

Enfin, dans le triangle IJO rectangle en O , on peut écrire : $\tan b = \frac{OJ}{IO}$.

Or, on remarque graphiquement que $JL = JO + OL = JO + IK$, soit $JL = IK + IO \tan b$. On obtient alors :

$$\tan a \times A'L = \tan a \times AK + IO \tan b$$

Or, $IO = e$ et $A'L - AK = A'K - AK + KL = A'A + e = \overline{A'A} + e$.

On obtient donc :

$$-\overline{A'A} + e = e \frac{\tan b}{\tan a} \quad \text{soit} \quad \overline{A'A} = e \left(1 - \frac{\tan b}{\tan a} \right)$$

- 25/ Un système optique est étudié dans les conditions de Gauss si les rayons entrant dans le système sont paraxiaux. C'est-à-dire qu'ils sont peu inclinés par rapport à l'axe optique et peu éloignés de cet axe. Comme les rayons sont peu inclinés par rapport à l'axe optique, on peut considérer que a est petit, soit :

$$\cos a \approx 1 \quad \sin a \approx a \quad \tan a \approx a$$

- 26/ Ainsi, les relations deviennent :

$$a = nb \quad (1)$$

$$\overline{AA'} = e \left(1 - \frac{b}{a} \right) \quad (2)$$

Ainsi, on peut écrire :

$$\boxed{\overline{AA'} = e \left(1 - \frac{1}{n} \right)}$$

Ceci constitue une relation de conjugaison pour la lame dans la mesure où elle ne met en jeu que des caractéristiques de la lame et les positions de l'objet et de l'image.

- 27/ Le foyer principal objet est le point objet dont l'image est située à l'infini sur l'axe optique. Ainsi, on cherche à trouver le point dont viennent les rayons qui émergent de la lame parallèles à l'axe optique. On observe graphiquement qu'un tel point est situé à l'infini sur l'axe optique. Ainsi, les infinis sont conjugués par la lame. Par un raisonnement inverse, on trouve que le foyer principal image est aussi à l'infini. Un tel système est qualifié d'afocal.

- 28/ $\overline{A'B'} = \overline{A'A} + \overline{AB} + \overline{BB'}$ d'après la relation de Chasles. La relation de conjugaison appliquée à A et à B donne :

$$\overline{AA'} = e \left(1 - \frac{1}{n} \right) = \overline{BB'}$$

Ainsi, $\overline{A'B'} = \overline{AB}$.

Par définition, le grandissement s'exprime : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$, le grandissement vaut donc 1.

Annexes :

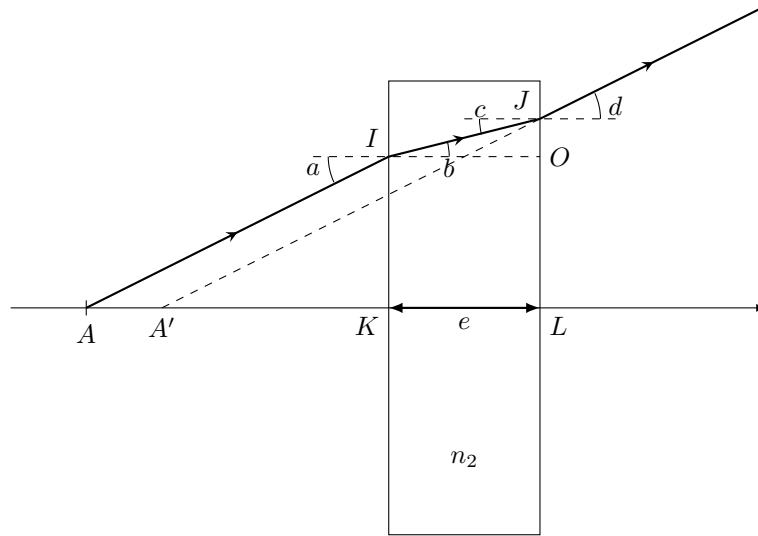


FIGURE 1 : Correction objet réel

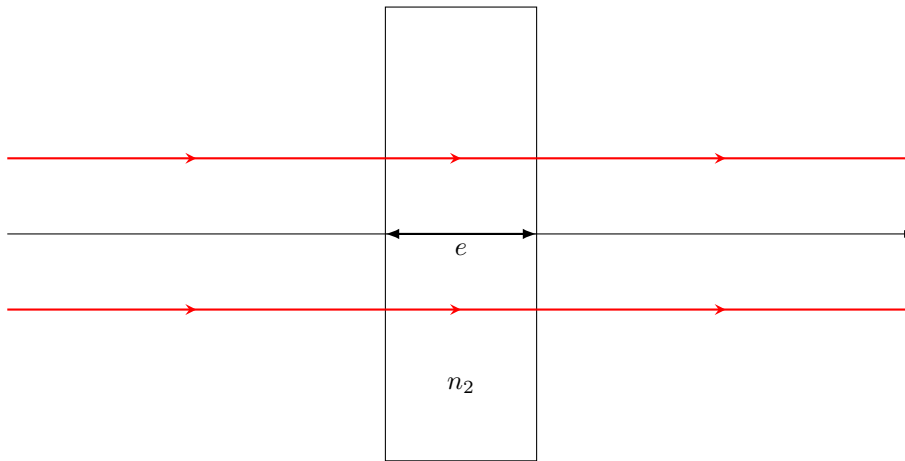


FIGURE 2 : Correction positions des foyers