# Descente d'un parking souterrain

DM 5

Un exercice très simple pour vous faire travailler les coordonnées cylindriques.

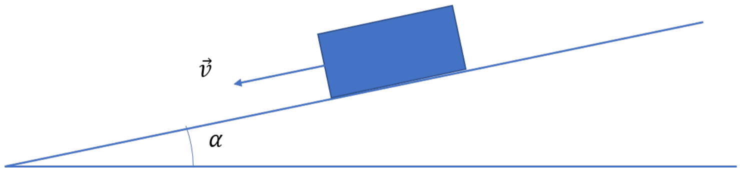
**1/** La voiture, en descendant, reste à distance constante de l'axe du parking. La voiture descend donc en se déplaçant sur le cylindre de révolution d'axe $z$ et de rayon $R$ la distance de la voiture à l'axe du parking. On choisit donc le repère cylindrique dont l'axe de révolution est celui du parking.

**2/** D'après l'énoncé, et c'est ce qu'on a utilisé à la question précédente : $\boxed{r(t) = R}$.

De plus, la vitesse de déplacement de la voiture est constante, notons $v_0$ sa norme. Or, la vitesse en cylindrique s'écrit :

$$v(t) = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta + \dot{z}\vec{u}_z$$

Notons $\alpha$ l'angle d'inclinaison de la voiture avec l'horizontale et $h$ la position verticale de départ de la voiture.




La projection $v_z$ selon $\vec{u}_z$ de la vitesse est donnée par : $v_z = -v_0 \sin\alpha$.

On a donc, en identifiant dans l'expression de la vitesse : $\dot{z} = -v_0 \sin\alpha$ soit, en intégrant $\boxed{z(t) = -v_0 \sin\alpha t + h}$.

**3/** On a logiquement l'expression de la vitesse, d'après ce qu'on a trouvé précédemment :

$$\boxed{v(t) = R\dot{\theta}\vec{u}_\theta - v_0 \sin\alpha \vec{u}_z}$$

En dérivant par rapport au temps, on obtient :

$$\boxed{\vec{a} = -R\dot{\theta}^2\vec{u}_r + R\ddot{\theta}\vec{u}_\theta}$$

**4/** De la même manière que précédemment, on peut montrer que la projection de la vitesse selon $\vec{u}_\theta$ est donnée par $v_\theta = -v_0 \cos\alpha$. En identifiant dans l'expression de la vitesse, on obtient : $\dot{\theta} = -\dfrac{v_0}{R}\cos\alpha$, $v_0$ et $R$ sont constants, la vitesse angulaire est donc constante. On en déduit donc que $\ddot{\theta} = 0$. Donc, l'expression de l'accélération devient :

$$\vec{a} = -R\dot{\theta}^2\vec{u}_r$$

L'accélération est bien toujours radiale.