DM 2

Étude du microscope

Exercice de TD classique. Un entraînement sur un système optique courant.

1/ Un observateur, étudie un petit objet AB. Où doit être situé A pour que l'œil effectue l'observation sans accommoder. Le diamètre apparent de l'image est α'. Représenter la marche d'un pinceau lumineux issu de B.
Déterminer la puissance intrinsèque du microscope : $P_i = \alpha'/AB$

Pour que l'œil effectue l'observation sans accommoder, il faut que l'image finale de A soit située à l'infini. On peut donc représenter symboliquement le système ainsi :

$$A \leftrightarrow A_1 \leftrightarrow A'_\infty$$

Il faut donc que l'image intermédiaire A_1B_1 soit dans le plan focal objet de l'oculaire, soit $A_1 \equiv F_2$. On obtient la position de A à partir de la relation de conjugaison de Newton appliquée à la lentille L_1 :

$$\overline{F'_1A_1}.\overline{F_1A} = -f_1'^2$$

Or, $\overline{F'_1A_1} = \overline{F'_1F_2} = D$, on en déduit donc :

$$\boxed{\overline{F_1A} = \frac{-f_1'^2}{D}}$$

L'application numérique donne :

$$\overline{F_1A} = -0,1563 \text{ mm}$$

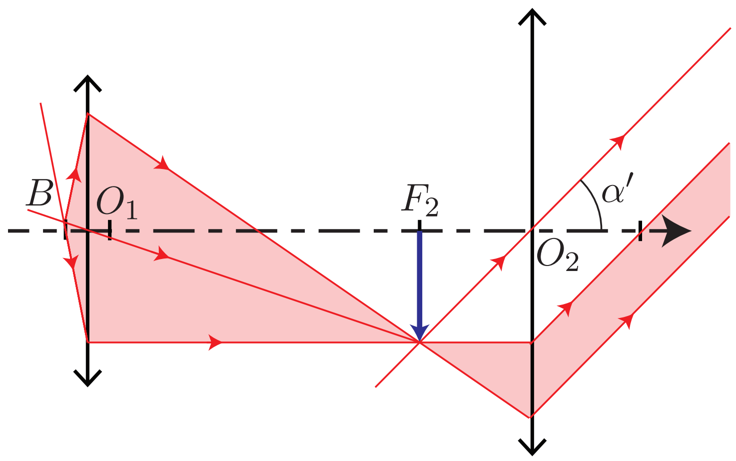
On obtient la position de A à partir de la relation de conjugaison de Descartes appliquée à la lentille L_1 : $\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f'_1}$:

$$\overline{O_1A} = \frac{\overline{O_1A_1}.f'_1}{f'_1 - \overline{O_1A_1}}.$$

Or $\overline{O_1A_1} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1F_2} + \overline{F_2O_2} + \overline{O_2A_1} = f'_1 + D$, donc :

$$\boxed{\overline{O_1A} = -\frac{(f'_1 + D).f'_1}{D}.}$$

A.N. : $\overline{O_1A} = -5,1563$ mm. Cohérent mais un peu plus long.



En se plaçant dans le triangle $A_1B_1O_2$ rectangle en A_1, on obtient $\tan\alpha' = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_2A_1}} = -\frac{\overline{A_1B_1}}{f'_2}$. Nous sommes dans les conditions de Gauss, on peut donc écrire $\tan\alpha' \approx \alpha'$, d'où, $\alpha' = -\frac{\overline{A_1B_1}}{f'2}$.

De plus, avec la relation du grandissement γ_1 de Descartes appliquée à la lentille L_1 donne :

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = \frac{f_1' + D}{\frac{(f_1'+D).f_1'}{D}} = \frac{D}{f_1'}.$$

On a alors :

$$\boxed{P_i = \frac{\alpha'}{\overline{A_1B_1}}\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{D}{f_1'.f_2'}.}$$

A.N. : $P_i = 1280\ \text{m}^{-1}$.

2/ Déterminer les positions des foyers objet et image du microscope.

Par définition, le foyer principal objet du système global est le point A car son image est à l'infini. Le foyer principal image correspond quant à lui à des faisceaux entrant dans le microscope depuis l'infini. Ils focalisent alors en F_1'. On peut s'appuyer sur la représentation symbolique suivante du système :

$$A_\infty \leftrightarrow F_1' \leftrightarrow F'$$

On a alors, d'après la relation de conjugaison de Newton appliquée à la lentille L_2 :

$$\overline{F_2'F'}.\overline{F_2F_1'} = -f_2'^2$$

Or, $\overline{F_2F_1'} = -D$ donc :

$$\boxed{\overline{F_2'F'} = \frac{f_2'^2}{D}}$$

Soit, numériquement :

$$\overline{F_2'F'} = 0,39\ \text{mm}$$

On a alors, d'après la relation de conjugaison de Descartes appliquée à la lentille L_2 : $\frac{1}{\overline{O_2F'}} - \frac{1}{\overline{O_2F_1'}} = \frac{1}{f_2'}$, soit :

$$\overline{O_2F'} = \frac{\overline{O_2F_1'}.f_2'}{\overline{O_2F_1'} + f_2'}.$$

Or $\overline{O_2F_1'} = \overline{O_2F_2} + \overline{F_2F_1'} = -f_2' - D$, on a :

$$\boxed{\overline{O_2F'} = \frac{(f_2' + D).f_2'}{D}.}$$

L'application numérique donne :

$$\overline{O_2F'} = 28,9\ \text{mm}$$

Ce qui est cohérent avec le résultat trouvé plus haut.

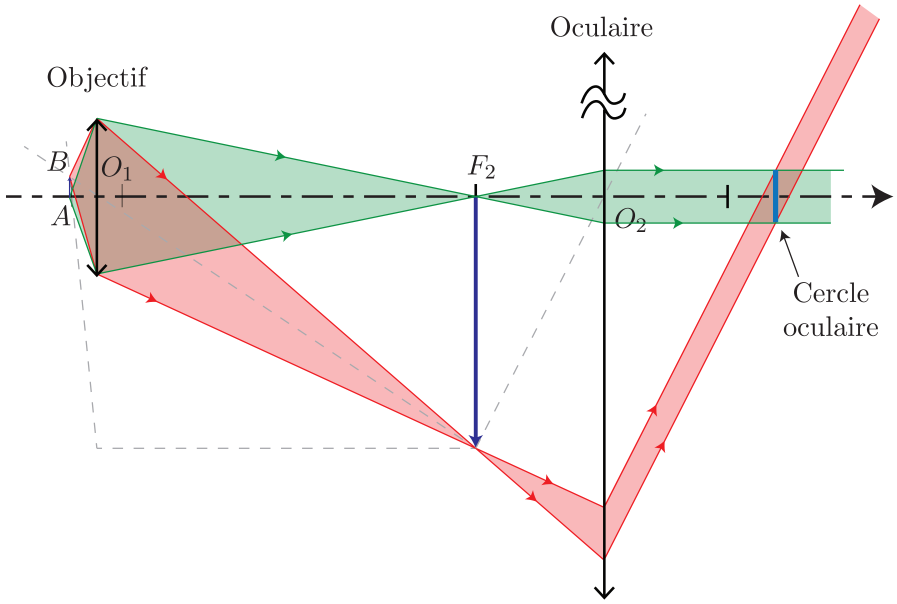
3/ Sachant que c'est l'objectif qui diaphragme le faisceau lumineux, représenter le trajet des rayons extrêmes pour les deux faisceaux issus de A et de B. L'intersection des faisceaux émergents définit le cercle oculaire. Déterminer sa position. Montrer qu'il est l'image de l'objectif par l'oculaire.

Les rayons issus des bords de l'objectif (rouge et vert), se croisent au niveau du cercle oculaire en sortie de l'oculaire. Le bord de l'objectif a donc pour image le bord de l'oculaire. On peut aller plus loin en étendant ce raisonnement à tout point de l'objectif : le cercle oculaire est donc l'image de l'objectif par l'oculaire. Notons C le point d'intersection entre le cercle oculaire et l'axe optique. On peut représenter la conjugaison du centre optique de l'objectif avec C par par L_2 ainsi :

$$O_1 \leftrightarrow C$$

Avec la relation de conjugaison de Descartes appliquée à L_2, on obtient : $\frac{1}{\overline{O_2C}} - \frac{1}{\overline{O_2O_1}} = \frac{1}{f_2'}$:

$$\overline{O_2C} = \frac{\overline{O_2O_1}.f_2'}{\overline{O_2O_1} + f_2'}.$$



Comme $\overline{O_2O_1} = -f_1' - f_2' - D$, on obtient :

$$\boxed{\overline{O_2C} = \frac{(f_1' + f_2' + D).f_2'}{D + f_1'}.}$$

Soit, numériquement :

$$\overline{O_2C} = 28,8 \text{ mm}$$

4/ Rappeler à quelles distances l'œil est capable d'observer un objet, en accommodant ? Déterminer alors la latitude de mise au point du microscope, l'œil étant placé en F_2'.

L'œil est capable d'observer un objet net entre le *ponctum proximum* ($d_{PP} \approx 25$ cm) et l'infini. Le cas de l'infini ayant déjà été traité, on s'intéresse au cas où l'image se trouve telle que $\overline{A_2F_2'} = d_{PP}$. On utilise la relation de conjugaison de Descartes $\frac{1}{\overline{O_2A_2}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f_2'}$:

$$\overline{O_2A_1} = \frac{\overline{O_2A_2}.f_2'}{f_2' - \overline{O_2A_2}}.$$

Comme $\overline{O_2A_2} = \overline{O_2F_2'} + \overline{F_2'A_2} = f_2' - d_{PP}$, on a :

$$\overline{O_2A_1} = \frac{(f_2' - d_{PP}).f_2'}{d_{PP}}.$$

On utilise une nouvelle fois la relation de conjugaison de Descartes (sur l'objectif cette fois) $\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'}$:

$$\overline{O_1A} = \frac{\overline{O_1A_1}.f_1'}{f_1' - \overline{O_1A_1}}.$$

Comme $\overline{O_1A_1} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_1} = f_1' + f_2' + D + \overline{O_2A_1} = f_1' + f_2' + D + \frac{(f_2'-d_{PP}).f_2'}{d_{PP}}$, on a :

$$\overline{O_1A} = \boxed{\frac{\left(f_1' + f_2' + D + \frac{(f_2'-d_{PP}).f_2'}{d_{PP}}\right).f_1'}{f_2' + D + \frac{(f_2'-d_{PP}).f_2'}{d_{PP}}}.}$$

A.N. : $\overline{O_1A} = 5,1539$ mm. La profondeur de champ est obtenue en comparant les longueur $\overline{O_1A}$ obtenue ici et à la question 1 : $\Delta = 2,4$ μm ; c'est extrêmement faible !!!