DM 14

Chapitre 14

Décomposition du péroxodisulfate

Utile pour le TP sur la balle rebondissante. On fait des TEM mais en faisant attention au cadre d'étude des mouvements.

1/ On considère la balle en chute libre, entre l'instant de son lâcher et celui de l'impact au sol. on choisit un repère cartésien, avec un axe z dirigé vers le bas et tel que $z = 0$ initialement. L'étude est menée dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

Le bilan des forces appliquées à la balle est :

- Poids $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g} = mg\vec{e}_z$

L'accélération de la balle s'écrit $\vec{a} = \ddot{z}\vec{e}_z$.

Appliquons le principe fondamental de la dynamique à la balle :

$$m\vec{a} = \overrightarrow{P} \quad \text{soit, en projetant sur } \vec{e}_z \quad m\ddot{z} = mg$$

En intégrant deux fois et sachant que la vitesse initiale et la position initiale sont nulles, on obtient :

$$z = \frac{gt^2}{2}$$

Ainsi : $t = \sqrt{2z/g}$.

Au moment de l'arrivée au sol on a $z = h_0$ et donc $\boxed{t_0 = \sqrt{2h_0/g}}$.

On aurait aussi pu définir l'axe z orienté vers le haut.

2/ ⋆ On raisonne entre l'instant $t = 0$ et l'instant $t = t_0$ (avant impact) : le mouvement est alors conservatif car on a négligé les frottements de l'air.
Prenons cette fois un axe z vers le haut, avec $z = 0$ au niveau du sol.

L'énergie mécanique de la balle est $E_m = E_c + mgz$. Elle est conservée car le mouvement est conservatif (d'après le bilan des forces, la seule force agissant sur la balle est conservative).

On a donc $Em(t = 0) = E_m(t_0)$:

- or, à $t = 0$, l'énergie cinétique est nulle et l'altitude est h_0, donc $E_m(0) = mgh_0$
- et à $t = t_0$, l'énergie cinétique est E_{c0} et l'altitude est nulle, donc $E_m(t_0) = E_{c0}$.

On a donc $\boxed{E_{c0} = mgh_0}$.

⋆ Juste après ce premier impact, on a $E'_{c0} = \alpha E_{c0} = \alpha mgh_0$.

⋆ On applique à nouveau le théorème de l'énergie mécanique sous forme intégrale entre l'instant juste après l'impact et l'instant où l'altitude est à nouveau maximale. On obtient cette fois :

- Juste après l'impact, $E_m = E'_{c0}$
- Lorsque l'altitude est maximale, $E_m = mgh_1$.

On a donc $mgh_1 = E'_{c0}$

⋆ La combinaison de ces différents résultats donne $mgh_1 = E'_{c0} = \alpha E_{c0} = \alpha mgh_0$ donc :

$$\boxed{h_1 = \alpha h_0}$$

3/ Nous venons de montrer que la hauteur atteinte après un impact est égale à α fois la hauteur maximale précédente.

On a donc par exemple $h_2 = \alpha h_1 = \alpha^2 h_0$, donc, par récurrence immédiate $\boxed{h_n = \alpha^n h_0}$.

4/ Le temps d'un aller-retour est donné par deux fois le temps mis pour chuter de l'altitude maximale h_n jusqu'au sol, donc :

$$T_n = 2\sqrt{\frac{2h_n}{g}} = 2\sqrt{\frac{2\alpha^n h_0}{g}} = 2 \times \alpha^{n/2}\sqrt{2h_0/g}$$

On reconnaît l'expression de t_0 :

$$\boxed{T_n = 2\alpha^{n/2} t_0}$$

5/ Pour obtenir une relation linéaire, il faut tracer $\ln(T_n)$ en fonction de n, puisqu'on a :

$$\ln T_n = \frac{n}{2}\ln\alpha + \ln(2t_0)$$

.

On obtient donc une pente de $a = \frac{1}{2}\ln\alpha$ et une ordonnée à l'origine de $b = \ln(2t_0)$.

Pour obtenir g, on utilise $b = \ln(2t_0) = \ln(\sqrt{2h_0/g})$ soit :

$$\boxed{g = 8h_0 e^{-2b}}$$