# La fibre optique

DM 1

Le grand classique des lois de Descartes, l'établissement du cône d'acceptance et de la dispersion intermodale sont à connaître !

**1/** Pour que le rayon lumineux soit guidé dans le cœur, il faut qu'il subisse une réflexion totale à l'interface cœur / gaine. Comme l'indice du cœur est supérieur à celui de la gaine, il faut que l'angle $i$ soit suffisamment grand pour qu'il n'y ait pas de rayon réfracté. D'après le résultat du cours, on trouve la condition suivante :

$$\boxed{i > \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)}.$$

Pour les valeurs de l'énoncé, on trouve $i_c = 75,56°$.

**2/** Ici, on considère la réfraction à l'interface air / cœur. La relation de Snell-Descartes donne :

$$n_{air} \times \sin(\theta) = n_1 \times \sin(r)$$

Or, on observe bien la formation d'un triangle rectangle entre la normale à la première réflexion, l'axe de la fibre et le rayon lumineux, on peut écrire la relation suivante dans ce triangle :

$$90 = r + i$$

On en déduit donc la modification suivante de la loi de Snell-Descartes à l'entrée dans la fibre :

$$n_{air} \times \sin(\theta) = n_1 \times \cos(i)$$

La condition sur $\theta$ est donc la suivante :

$$n_{air} \times \sin(\theta_0) = n_1 \times \cos(i_c)$$

Soit

$$\sin(\theta_0) = \frac{n_1}{n_{air}} \times \cos(\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right))$$

Or, pour tout réel $x$ de [-1,1], $\cos(\arcsin(x)) = \sqrt{1-x^2}$, donc :

$$\boxed{\theta_0 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_{air}} \times \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}\right)}$$

**3/** Pour une fibre à silicone/silice, on obtient :

$$n_0 \sin(\theta_0) = 0,363.$$

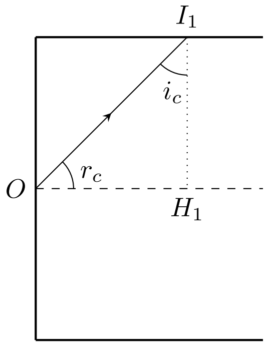
Pour une fibre à arséniure de gallium, on obtient :

$$n_0 \sin(\theta_0) = 2,492.$$

On peut remarquer deux choses :

- une fibre à arséniure de gallium a une ouverture numérique beaucoup plus grande que la fibre à silicone/silice. Cela permet de transmettre des faisceaux lumineux plus ouverts en acceptant les rayons de plus forte inclinaison. C'est compréhensible étant donnée la forte différence d'indice entre le cœur et la gaine dans le cas de la fibre à arséniure de gallium. Cependant, on peut faire la remarque que plus la fibre transmet de rayons inclinés, moins la fréquence de transmission sera élevée par risque de brouillage entre un bit d'information et le précédent.
- le milieu dans lequel l'entrée de la fibre est plongée influe sur l'ouverture numérique. C'est un phénomène qui est surtout utilisé en microscopie où l'on cherche à augmenter l'ouverture en utilisant des liquides d'indices supérieurs à celui de l'eau (comme de l'huile) qu'on place sur les objectifs dits "à immersion".

**4/** Le trajet direct et le plus rapide est effectué pour $\theta = 0$. Soit $v$ la célérité de l'onde dans le cœur, la durée mise pour ce trajet est $\tau_1 = \dfrac{L}{v}$.




Le trajet le plus long est effectué pour $\theta = \theta_0$, la distance parcourue entre l'entrée et la première réflexion est donc $\ell_1 = \dfrac{OH_1}{\cos r_c}$ où $r_c$ est l'angle de réfraction à l'entrée dans la fibre correspondant à une réflexion totale à l'interface cœur / gaine. On en déduit ainsi :

$$\ell_1 = \frac{OH_1}{\sin i_c} \quad \text{soit} \quad \ell_1 = OH_1 \frac{n_1}{n_2} \quad \text{d'après la condition de réflexion totale}$$

On en déduit que sur la longueur de la fibre, la distance parcourue par ce rayon extrême est :

$$L' = \frac{n_1}{n_2} L$$

Ainsi, la durée mise pour ce trajet est :

$$\tau_2 = \frac{L'}{v} = \frac{n_1}{n_2 v} L$$

Or, $v = \dfrac{c}{n_1}$, on obtient donc finalement :

$$\boxed{\delta\tau = \left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right) \frac{L n_1}{c}}$$

L'application numérique donne alors : $\delta\tau = 0,16$ µs.

Si le signal est codé en bits, cela correspond à des impulsions émises à une fréquence donnée. Pour éviter le brouillage du signal à cause de cette dispersion, il est donc nécessaire que le signal le plus lent d'une impulsion arrive avant le signal le plus rapide de l'impulsion suivante. En notant $T$ la période associée à l'émission des bits et $f$ la fréquence, on peut écrire :

$$T > \delta\tau \quad \text{soit} \quad f < \frac{1}{\delta\tau}$$

Numériquement, la fréquence maximale du signal est donc de 63 MHz. Pour envoyer des informations avec un débit plus élevé, il est alors nécessaire de modifier la géométrie de la fibre ou bien d'utiliser d'autres types de fibres comme la fibre à gradient d'indice par exemple.