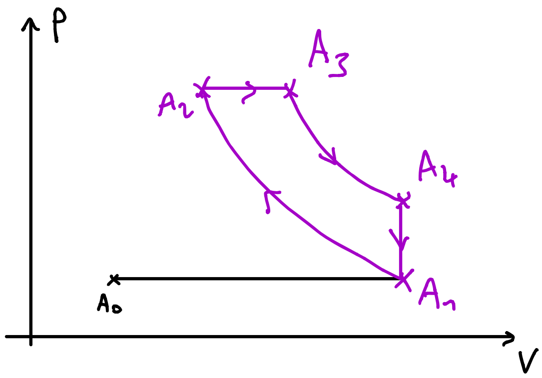
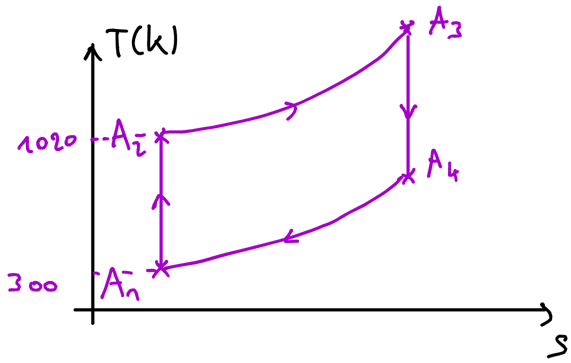
Exercice 1

1) 

$A_1 \to A_2$ et $A_3 \to A_4$: adiabatiques réversibles

donc isentropiques : loi de Laplace

(T,S) : droites verticales. $(P,V) \to$ hyperboles de paramètre γ.



- Etape $A_2 \to A_3$: isobare :

$$S = c_p \ln T - nR \ln P + cte = c_p \ln T + cste.$$

Ainsi, $T = e^{cte} \times e^{S/c_p}$

↳ exponentielle.

- Etape $A_4 \to A_1$: Isochore :

$$S = c_v \ln T + nR \ln V + cste = c_v \ln T + cte'$$

$$\Rightarrow T = e^{cte'} e^{S/c_v}$$

2) Cycle moteur → contact avec la source chaude : $A_2 A_3$: introduction du combustible $\boxed{\text{combustion}}$

→ contact avec la source froide : $A_4 A_1$: refroidissement isochore.

3) À l'état A_1, on connaît P_1, T_1 et V_1 on :

$P_1 V_1 = nRT_1$ et $m = n \times M$ ← masse molaire de l'air.

$$M(\text{air}) = 0{,}8 \times M(N_2) + 0{,}2 \times M(O_2)$$
$$= 0{,}8 \times 2 \times 14 + 0{,}2 \times 2 \times 16$$

Donc, $m = \dfrac{P_1 V_1}{RT_1} \times M$ $\qquad r = \dfrac{R}{M} \Rightarrow \boxed{m = \dfrac{P_1 V_1}{r T_1}}$

AN : $\| m = 2,9 \text{ g}$

4) $A_1 \to A_2$: adiabatique réversible + GP : Loi de Laplace :

$$\| TV^{\gamma-1} = cste \quad \| P^{1-\gamma} T^{\gamma} = cste.$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow \boxed{V_2 = V_1 \times \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}$$

$$P_1^{1-\gamma} T_1^{\gamma} = P_2^{1-\gamma} T_2^{\gamma} \Rightarrow \boxed{P_2 = P_1 \times \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}}$$

AN : $\| V_2 = 0,12 \text{ L}$

$\| P_2 = 72 \text{ bar}$

$A_2 \to A_3$: échauffement isobare : $P_2 = P_3$

Eq d'état des GP : $\boxed{T_3 = \frac{P_3 V_3}{nR}} = \frac{P_2 V_3}{m r}$

AN : $\| T_3 = 2160 \text{ K}.$

5) $A_3 \to A_4$: Adiabatique réversible + GP : Loi de Laplace

$$P_4 V_4^{\gamma} = P_3 V_3^{\gamma} = P_2 V_3^{\gamma}$$

or $A_4 \to A_1$: isochore, donc $V_4 = V_1$.

D'où, $P_4 V_1^{\gamma} = P_2 V_3^{\gamma} \Rightarrow \boxed{P_4 = P_2 \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\gamma}}$

Loi de Laplace : $T_4 V_4^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1} \Rightarrow \boxed{T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\gamma-1}}$

AN : $P_4 = 2{,}9$ bar
$T_4 = 860 K$

6) Transfert avec la source chaude : $A_2 A_3$: isobare ~~2e ppe~~

D'après le premier principe pour l'enthalpie entre A_2 et A_3 :

$$\Delta H_{23} = Q_c$$ (car pas de travail utile).

Or, pour un GP : $\Delta H_{23} = C_p \, \Delta T_{23} = C_p (T_3 - T_2) = \frac{\gamma n R}{\gamma - 1}(T_3 - T_2)$

or, $nR = m r$ donc, $\Delta H_{23} = -\frac{\gamma m r}{\gamma - 1}(T_2 - T_3)$

D'où, $$\boxed{Q_c = -\frac{\gamma m r}{\gamma - 1}(T_2 - T_3)}$$

AN : $Q_c = 3{,}3 \cdot 10^3 \, J > 0$

7) Le transfert thermique avec la source froide se fait sur $A_4 \to A_1$: isochore.
Le premier principe entre A_4 et A_1 donne alors :

$$\Delta U_{41} = Q_f$$ ($W_{41} = 0$ car tr isochore).

Le système est un GP : $\Delta U_{41} = C_v (T_1 - T_4) = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_1 - T_4) = \frac{mr}{\gamma - 1}(T_1 - T_4)$

$$\boxed{Q_f = -\frac{mr}{\gamma-1}(T_4 - T_1)}$$

AN : $Q_f = -1{,}2.10^3\,J < 0$

Appliquons le premier principe sur tout le cycle :

$$\Delta U = 0 = W + Q_f + Q_c$$

Donc, $\boxed{W = -Q_f - Q_c = \frac{mr}{\gamma-1}(T_4 - T_1) + \frac{\gamma mr}{\gamma-1}(T_2 - T_3)}$

AN : $W = -2{,}1.10^3\,J < 0$ Travail cédé → moteur.

8) Par définition, $\boxed{\eta = -\frac{W}{Q_c}}$

AN : $\eta = 0{,}64 < 1$

9) $\eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_f} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$ AN : $\eta_c = 0{,}86$.

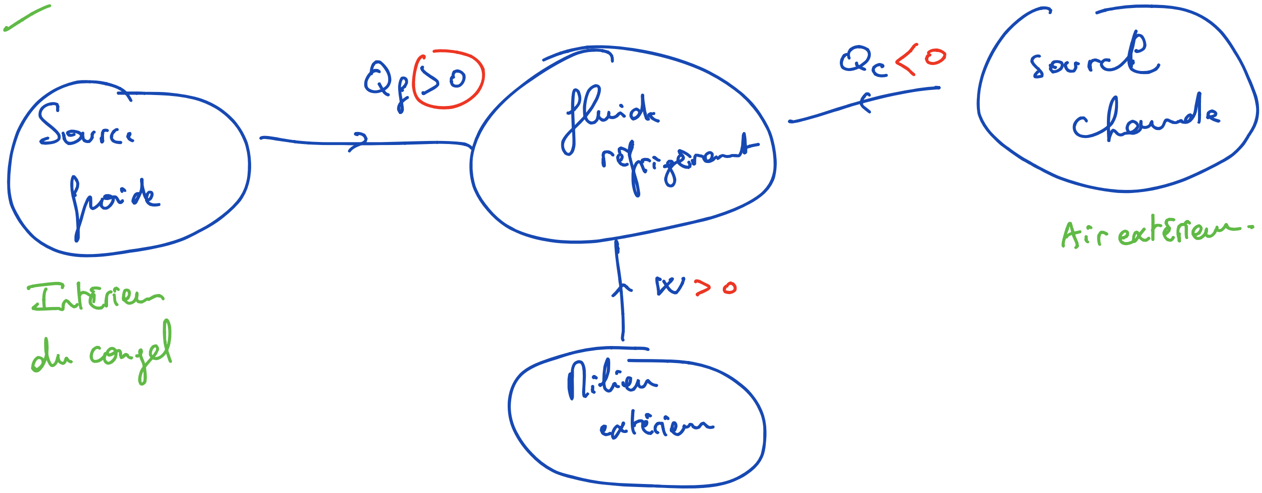
10) Ici, $V_{min} = V_2$ et $V_{max} = V_1$.

Le rendement d'un cycle de Beau de Rochas avec les m̂ caractéristiques serait $\eta_{BR} = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1-\gamma} \overset{AN}{\Rightarrow} \eta_{BR} = 0{,}7$.

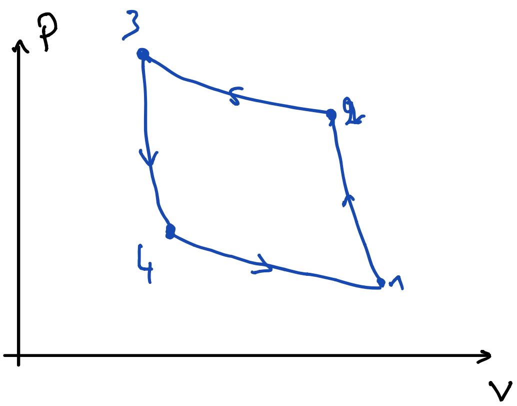
À même taux de compression, la performance du moteur diesel est moindre par rapport à un moteur suivant un cycle de Beau de Rochas

Exercice 2

1)



2)



→ 2 → 3 et 4 → 1 : IsoT + GP : $P = \frac{nRT}{V}$ (cste)
↳ hyperbole.

→ 1 → 2 et 3 → 4 : adiab. rev + GP : $P = \frac{\text{cste}}{V^\gamma}$ (Loi de Lap)
↳ hyperbole de paramètre γ.

→ Sens trigo : c'est bien un récepteur.

3)

$T_1 = T_f = 273{,}15 - 15 = 258{,}15\,K$

$T_2 = T_c = 273{,}15 + 20 = 293{,}15\,K$

1 → 2 est une adiabatique réversible suivie par un gaz parfait on peut donc lui appliquer la loi de Laplace :

$PV^\gamma = \text{cste}$ or d'après l'eq d'état des GP : $PV = nRT$ donc $V = \frac{nRT}{P}$

D'où, $P\left(\frac{nRT}{P}\right)^\gamma = \text{cste}$ or nR est constant, donc $\boxed{P^{1-\gamma}\,T^\gamma = \text{cste}}$

→ $P_1^{1-\gamma}\,T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma}\,T_2^\gamma$ d'où, $\boxed{P_2 = P_1\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}}$

AN : $P_2 = 1{,}87$ bar

4) Par définition l'efficacité d'une machine réfrigérante est :

$$\boxed{e = \frac{Q_f}{W}}$$ ← grandeur utile / ← grandeur coûteuse .

$e > 0$.

- D'après le 1er ppe sur un cycle :

$$\Delta U = 0 = W + Q_f + Q_c \Rightarrow \frac{W}{Q_f} + 1 + \frac{Q_c}{Q_f} = 0 .$$

Donc, $e = -\dfrac{1}{1 + \frac{Q_c}{Q_f}}$

- D'après le 2e ppe sur un cycle :

$$\Delta S = S_{éch} + S_{créée} = S_{éch}$$ car le cycle est réversible.

or, $S_{éch} = \dfrac{Q_c}{T_c} + \dfrac{Q_f}{T_f}$ et $\Delta S = 0$ sur le cycle.

Donc, $\dfrac{Q_c}{T_c} + \dfrac{Q_f}{T_f} = 0 \Rightarrow \dfrac{Q_c}{Q_f} = -\dfrac{T_c}{T_f}$,

Ainsi : $$\boxed{e = -\frac{1}{1 - \frac{T_c}{T_f}} = \frac{T_c}{T_c - T_f}}$$ AN : $e = 7{,}4$

$W = \dfrac{Q_f}{e}$ donc, il faut fournir $13{,}5$ J de travail pour extraire 100 J de transfert thermique à la source froide.

5) Isothermes → Infiniment lents → Puissance nulle.

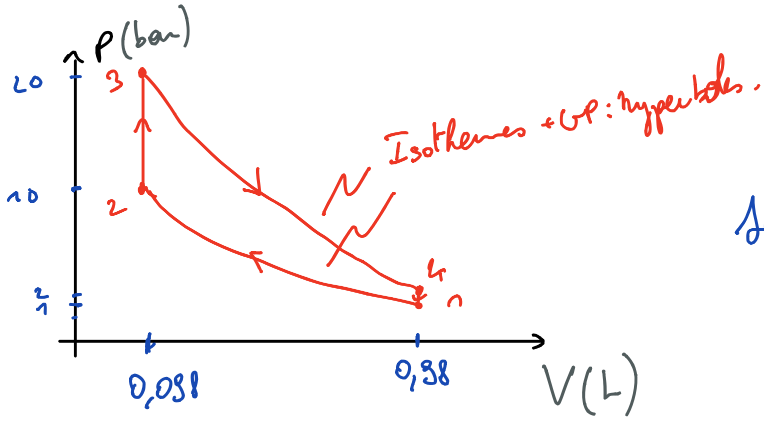
↳ efficacité inférieure car irréversibilité → ODG : 3.
↳ Inhomogénéités de T°.

Exercice 3

1)

État 1	État 2	État 3	État 4
$P_1 = 1$ bar	$P_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = 10P_1 = 10$ bar	$P_3 = \frac{nRT_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2}P_2 = 20$ bar	$P_4 = \frac{nRT_4}{V_4} = P_3\frac{V_2}{V_1} = 2$ bar.
$V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = 0,98L$	$V_2 = \frac{V_1}{10} = 0,098L$	$V_3 = V_2 = 0,098L$	$V_4 = V_1 = 0,98L$
$T_1 = 300K$	$T_2 = T_1 = 300K$	$T_3 = 600K$	$T_4 = T_3 = 600K$

2)



Sens horaire : moteur.

3) 1→2 : • Réversible → quasi-statique donc $P_{ext} = P$. Ainsi :

$$• \; W_{1\to2} = -\int_{V_1}^{V_2} PdV = -nRT_f\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} = -nRT_f \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

AN : $\boxed{W_{1\to2} = 230J}$

• Premier ppe sur 1→2 : $\Delta U_{1\to2} = W_{1\to2} + Q_{1\to2}$

or, l'évolution est isotherme et le système est un GP :

$$\Delta U_{1\to2} = C_v\Delta T = 0$$

Donc, $\boxed{Q_{1\to2} = -230\,J}$

2 → 3 : Evolution isochore : $\boxed{W_{2\to3} = 0}$

* Premier principe sur 2→3 : $\Delta U_{2\to3} = Q_{2\to3}$
Or, le syst est en GP donc : $\Delta U_{2\to3} = C_V(T_3 - T_2) = C_V(T_c - T_f)$

$Q_{2\to3} = C_V(T_c - T_f)$ AN : $\boxed{Q_{2\to3} = 249\,J}$

$C_V = \dfrac{nR}{\gamma - 1}$

3 → 4 : Isotherme réversible : même raisonnement que 1→2.

$W_{3\to4} = -nRT_C \ln\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)$ AN : $\boxed{W_{3\to4} = -459\,J}$

$\boxed{Q_{3\to4} = 459\,J}$

4 → 1 : Isochore → même raisonnement que 2→3 :

$\boxed{W_{4\to1} = 0}$

$Q_{4\to1} = \dfrac{nR}{\gamma-1}(T_f - T_c)$ AN : $\boxed{Q_{4\to1} = -249\,J}$

4) $W_{tot} = W_{1\to2} + W_{2\to3} + W_{3\to4} + W_{4\to1} = -459 + 230 = -229\,J < 0$

C'est bien un cycle moteur.

5) → Production de ce système sur un cycle : $W_{tot} = -nRT_c \ln\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right) - nRT_f \ln\left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)$

→ Coût énergétique : $Q_{2\to3} + Q_{3\to4} = \dfrac{nR}{\gamma-1}(T_c - T_f) + nRT_c \ln\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)$

Par définition, $\eta = \dfrac{-W_{tot}}{Q_{2\to3}+Q_{3\to4}} = \dfrac{+(T_c - T_f)\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)}{\left[\frac{(T_c - T_f)}{\gamma-1} + T_c \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)\right]}$

AN : $\boxed{\eta = 0{,}32}$

6) 2^e ppe sur le cycle : $\Delta S = 0 = S_{éch} + S_{créée}$

Donc, $S_{créée} = -S_{éch} = -\dfrac{Q_{1\to2}+Q_{4\to1}}{T_f} - \dfrac{Q_{2\to3}+Q_{3\to4}}{T_c}$ par définition.

Donc, $\boxed{S_{créée} = 0{,}42 \text{ J.K}^{-1}}$.

↳ Inhomogénéités de T°.

7) $Q_{2\to3} = -Q_{4\to1}$

$Q_{4\to1} \to$ ~~ext.~~

↘ régénérateur

↙ $Q_{2\to3}$

Economie de l'énergie

8) $Q_{2\to3}$ n'est plus fourni par la source chaude :

$$\eta = -\frac{W_{tot}}{Q_{3\to4}} = \frac{+(T_c - T_f)\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)}{T_c \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)} = \frac{T_c - T_f}{T_c} = \eta_c$$