Devoir Maison : Cycle de Lenoir

$\boxed{\textbf{1.a}}$ D'après l'équation d'état d'un gaz parfait,

$$PV = nRT \qquad \text{d'où} \qquad P = \frac{nRT}{V}\,.$$

Une isotherme d'un gaz parfait dans le diagramme de Watt est donc une hyperbole.

$\boxed{\textbf{1.b}}$ Voir figure 2.

$\boxed{\textbf{2}}$ D'après la description du cycle (et le diagramme de Watt !), on peut déterminer les caractéristiques du point 3 :

$$V_3 = 2V_1 \qquad \text{et} \qquad P_3 = P_1$$

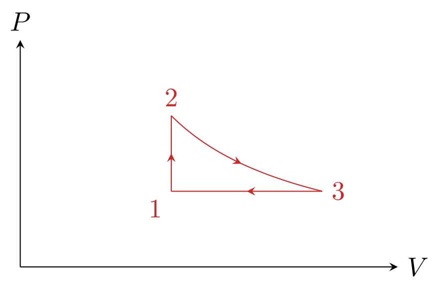

Figure 2 – Représentation du cycle de Lenoir dans le diagramme de Watt.

et comme le système est fermé on en déduit

$$T_3 = \frac{P_3\,V_3}{nR} = \frac{P_3\,V_3}{P_1\,V_1}T_1 \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{T_3 = 2T_1 = 200\,°\mathrm{C}\,.}$$

La pression P_2 se déduit également de l'équation d'état,

$$P_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = \frac{V_1\,T_2}{V_2\,T_1}\,P_1 \qquad \text{donc} \qquad \boxed{P_2 = 2P_1 = 4\cdot 10^5\,\mathrm{Pa}\,.}$$

$\boxed{\textbf{3}}$ La seule possibilité d'estimer le travail fourni par le moteur est de raisonner à partir de transformations quasi-statiques, pour lesquelles $P_{\text{ext}} = P$ à tout instant. Le travail **fourni** est l'opposé du travail reçu et vaut donc

$$\begin{aligned}
W_{\text{fourni}} &= +\int_{1\to 2} P\mathrm{d}V + \int_{2\to 3} P\mathrm{d}V + \int_{3\to 1} P\mathrm{d}V \\
&= 0 + \int_{V_2}^{V_3} \frac{nRT_2}{V}\mathrm{d}V + \int_{3\to 1} P_1\mathrm{d}V \\
&= nRT_2 \int_{V_2}^{V_3} \frac{\mathrm{d}V}{V} + P_1 \int_{V_3}^{V_1} \mathrm{d}V \\
&= nRT_2 \ln\frac{V_3}{V_2} + P_1(V_1 - V_3) \\
&= 2nRT_1 \ln 2 - P_1V_1
\end{aligned}$$

et en utilisant une dernière fois l'équation d'état des gaz parfaits,

$$\boxed{W = (2\ln 2 - 1)\,P_1V_1 = 1{,}06\cdot 10^3\,\mathrm{J}\,.}$$

> *Attention à orienter le cycle correctement, et à prendre les bornes des intégrales dans le bon sens. En particulier, la transformation $3 \to 1$ demande d'intégrer entre V_3 et V_1.*

$\boxed{\textbf{4}}$ L'énergie interne est une fonction d'état, donc comme l'état initial et l'état final du cycle sont les mêmes,

$$\Delta U = U_1 - U_1 = 0\,.$$

D'après le premier principe, comme le système est au repos macroscopique,

$$\Delta U = W_{\text{reçu}} + Q \text{ donc } Q = -W_{\text{reçu}} = W_{\text{fourni}} \qquad \text{et} \qquad \boxed{Q = (2\ln 2 - 1)\,P_1V_1 = 1{,}06\cdot 10^3\,\mathrm{J}}\,.$$