

Chapitre 21 : Mouvements dans un champ de force centrale conservative

Le cercle est une trajectoire parfaite, la Terre est au centre du système solaire et de l'Univers. Ces affirmations ont longtemps fait partie d'un consensus scientifique hérité de la philosophie grecque et de la main mise de l'Église sur le savoir.

Et c'est bien de philosophie qu'il est question ici et non de science. Toute la mécanique aristotélicienne, par exemple, n'est pas fondée sur des protocoles scientifiques au sens où on les entend aujourd'hui mais bien sur des raisonnements philosophiques d'une cosmogonie aujourd'hui abandonnée.

Bien entendu, certains éléments de réflexion sont toujours d'actualité mais nous avons réussi à rassembler suffisamment de preuves du mouvement de la Terre par rapport au Soleil notamment, mouvement qui n'est circulaire qu'en première approximation.

C'est tout un nouveau consensus que nous allons tenter de développer dans ce chapitre et nous aurons besoin pour cela de tous les outils introduits au cours des chapitres de mécanique.

QUESTION

Comment caractériser le mouvement d'un astre ?

I - Force centrale et conservative

A Définition

DÉFINITION

Force centrale :

Remarque :

EXPRESSION D'UNE FORCE CENTRALE

B Exemples

① Interaction gravitationnelle

Remarque :

② Interaction coulombienne

DÉFINITION

Force centrale newtonienne : couleur2

Remarque :

ÉNERGIE POTENTIELLE POUR UNE FORCE NEWTONIENNE

3 Force de rappel élastique**C** Conservation du moment cinétique**MOMENT CINÉTIQUE D'UN SYSTÈME SOUMIS À UNE FORCE CENTRALE****CONSÉQUENCE 1**

La direction du vecteur moment cinétique est constante, le mouvement du système est donc plan.
Ce plan est orthogonal à $\vec{\mathcal{L}}_0(M)$ et passe par O .

CONSÉQUENCE 2


Remarque :

II - Nature des trajectoires dans un champ de force centrale newtonien

A Énergie potentielle effective

DÉFINITION

Énergie potentielle effective :

 Remarque importante :

B Nature de la trajectoire pour une interaction newtonienne répulsive

INTERACTION NEWTONIENNE RÉPULSIVE

C Nature de la trajectoire pour une interaction newtonienne attractive

INTERACTION NEWTONIENNE ATTRACTIVE

Remarque :

III - Attraction gravitationnelle

A Approche expérimentale

Au XVII^e siècle, Johannes Kepler, en analysant les observations de Tycho Brahé, aboutit à trois lois.

LOIS DE KEPLER

1^{ère} loi : Toute planète du système solaire suit une trajectoire elliptique dont le Soleil est l'un des foyers.

2^{ème} loi : Les aires balayées par le segment Soleil-Planète pendant des durées égales sont égales.

3^{ème} loi : La période de révolution d'une planète autour du Soleil T et le demi-grand axe a de l'ellipse qu'elle décrit vérifient :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_s} = \text{cste}$$

où G est la constante universelle de gravitation et M_s est la masse du Soleil.

Remarque :

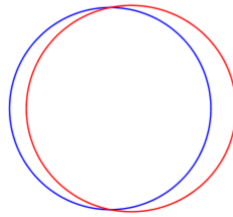
B Étude des trajectoires circulaires

Pourquoi s'intéresser à des trajectoires circulaires ?

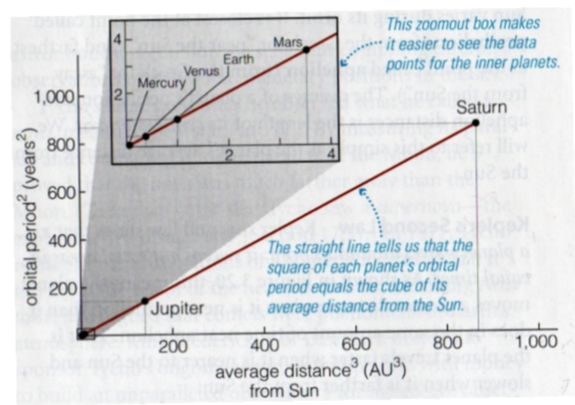
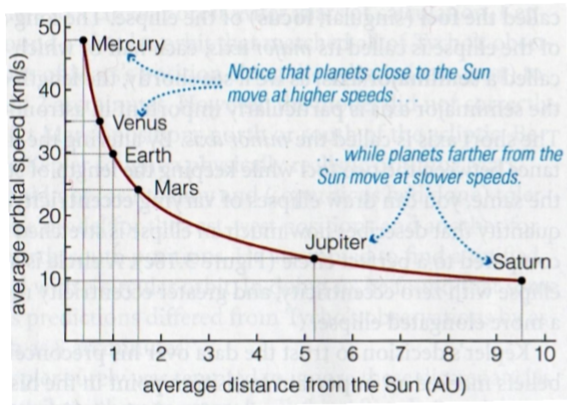
Tableau récapitulatif des excentricités des trajectoires des planètes du système solaire :

Planète	Mercure	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune
e	0,206	0,007	0,017	0,093	0,005	0,055	0,048	0,009

À titre de comparaison, un cercle (bleu) et une ellipse d'excentricité 0,2 (en rouge) de même foyer sont représentés ci-dessous :



Comparaison aux observations :



La figure de gauche représente la vitesse orbitale moyenne v des planètes du système solaire en fonction de leur distance moyenne au Soleil d , exprimée en unités astronomiques (AU, astronomic unit). Par définition, 1 AU est la distance moyenne Terre-Soleil. La courbe en trait plein est une modélisation par la fonction $v = \sqrt{GM_S/d}$.

La figure de droite représente le carré de la période de révolution des planètes du système solaire en fonction du cube de leur distance moyenne au Soleil, exprimée en unités astronomiques (AU, astronomic unit). On obtient une droite passant par l'origine, signe que la troisième loi de Kepler est bien vérifiée.

MOUVEMENT CIRCULAIRE

Remarque :

C Focus sur les satellites artificiels**1** Différentes missions des satellites**2** Satellite géostationnaire**DÉFINITION**

Satellite géostationnaire :

Remarque :

APPLICATION DIRECTE N°1

- 1/ Montrer que le mouvement du satellite se fait nécessairement dans le plan de l'équateur (raisonner par l'absurde).
- 2/ Montrer que la vitesse angulaire du satellite est nécessairement constante.
- 3/ Déterminer la période du mouvement du satellite dans le référentiel géocentrique.
- 4/ En déduire que la trajectoire est un cercle puis déterminer son rayon puis l'altitude du satellite.

MOUVEMENT D'UN SATELLITE GÉOSTATIONNAIRE

Dans le référentiel géocentrique, un satellite géostationnaire suit une trajectoire circulaire et uniforme dans le plan de l'équateur à une altitude $h \simeq 36000$ km avec une période de $T_{\text{sidéral}} = 23$ h 56 min 4 s.

Remarque :