Chapitre 20 : Moment cinétique d'un système matériel

Pourquoi place-t-on la poignée d'une porte le plus loin possible des gonds ? Comment décrire le fonctionnement d'une balance à plateaux ?

La compréhension des mouvements de solides en rotation nécessite l'introduction de nouveaux outils de description. C'est là tout l'objet de ce chapitre dans lequel nous donnerons des éléments de description des solides pour ensuite introduire les moments cinétique et de force. Tout l'enjeu à la fin du chapitre sera d'être capables d'utiliser un nouveau théorème de mécanique (encore un...) à bon escient.

QUESTION

Comment décrire le mouvement d'un solide en rotation ?

I - Mécanique du solide

DÉFINITION

Solide indéformable :

Remarque :

MOUVEMENTS D'UN SOLIDE

Tout mouvement d'un solide indéformable peut être décomposé en deux types de mouvements :

DÉFINITION

Translation (par rapport à un référentiel donné) :

Remarque :

Définition
Rotation autour d'un axe (par rapport à un référentiel donné) :

⚠ Remarque importante :

Exemple :

II - Moment cinétique

A Moment cinétique d'un point matériel par rapport à un point

Définition
Moment cinétique du point M par rapport au point O :

Remarque :

Changement de point de référence

Propriétés du moment cinétique

B Moment cinétique d'un point matériel par rapport à un axe orienté

Définition

Moment cinétique de M par rapport à Δ :

Remarque :

Méthode - Interprétation du signe de $\mathscr{L}_\Delta$

Application directe n°1

Soit M un point matériel de masse m accroché à l'extrémité d'un fil inextensible sans masse. L'autre extrémité du fil est accrochée en O et on note (Oy) l'axe de rotation du pendule ainsi constitué. Exprimer $\overrightarrow{\mathscr{L}_0}(M)$ puis $\mathscr{L}_{(Oy)}(M)$.

C Moment cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe

Définition

Moment cinétique d'un solide : On considère un solide S en rotation à la vitesse angulaire ω par rapport à son axe de rotation fixe Δ. Son moment cinétique par rapport à cet axe s'exprime :

Exemple :

Moment cinétique et répartition des masses

III - Moment des actions mécaniques

A Moment d'une force

Définition
Moment d'une force par rapport à un point :

Remarque :

Définition
Moment d'une force par rapport à un axe :

Remarque :

Méthode - Interprétation du signe de $\mathscr{M}_\Delta(\overrightarrow{F})$

Méthode - Intensité de $\mathscr{M}_\Delta(\overrightarrow{F})$

Remarque :

Cas d'un moment de force nul

Application directe n°2

Exprimer le moment des forces exercées sur le pendule précédent par rapport à l'axe (Oy).

Exemple :

B Moment d'un couple

Définition

Couple :

Exemple :

Remarque :

Moment d'un couple

Remarque :

Exemple :

C Exemple de la liaison pivot

Définition

Liaison pivot d'axe (Oz) :

Moment d'une liaison pivot

IV - Théorème du moment cinétique

A Théorème du moment cinétique pour un point matériel

THÉORÈME DU MOMENT CINÉTIQUE VECTORIEL / PAR RAPPORT À UN POINT

THÉORÈME DU MOMENT CINÉTIQUE SCALAIRE / PAR RAPPORT À UN AXE

Dans un référentiel galiléen, le vecteur moment cinétique de M par rapport à l'axe orienté Δ vérifie :

APPLICATION DIRECTE N°3

Établir l'équation du mouvement d'un pendule simple de masse m et de longueur ℓ.

Remarque :

B Théorème du moment cinétique pour un solide

THÉORÈME DU MOMENT CINÉTIQUE SCALAIRE / PAR RAPPORT À UN AXE

Dans un référentiel galiléen, le moment cinétique du solide par rapport à son axe de rotation fixe vérifie :

Remarque :

C Conservation du moment cinétique

CONSERVATION DU MOMENT CINÉTIQUE

Remarque :

Remarque :

V - Approche énergétique du mouvement d'un solide en rotation

DÉFINITION

Énergie cinétique d'un solide en rotation : Considérons un solide S en rotation autour d'un axe fixe Δ à la vitesse angulaire ω. L'expression de son énergie cinétique est :

Puissance d'une force appliquée à un solide en rotation : Considérons une force appliquée au solide donné ci-dessus. L'expression de sa puissance est donnée par :

Théorème de la puissance cinétique

Remarque :

VI - Étude du pendule pesant

Méthode : Résolution d'un exercice de mécanique du solide

1/ Définir le système étudié

2/ Choisir le référentiel galiléen d'étude

3/ Préciser le repère

4/ Faire un **schéma** du système dans une situation quelconque + **Identifier l'axe de rotation du système**

5/ Réaliser un bilan des forces exercées sur le système

6/ Représenter les forces sur le schéma, donner leurs expressions dans le repère choisi **ET préciser leurs points d'application.**

7/ Réaliser un bilan des moments **par rapport à l'axe de rotation** subis par le système.

8/ Donner les **expressions** des moments

9/ Appliquer les théorèmes adéquats pour répondre aux questions recherchées

A Équation du mouvement

Équation du mouvement d'un pendule pesant

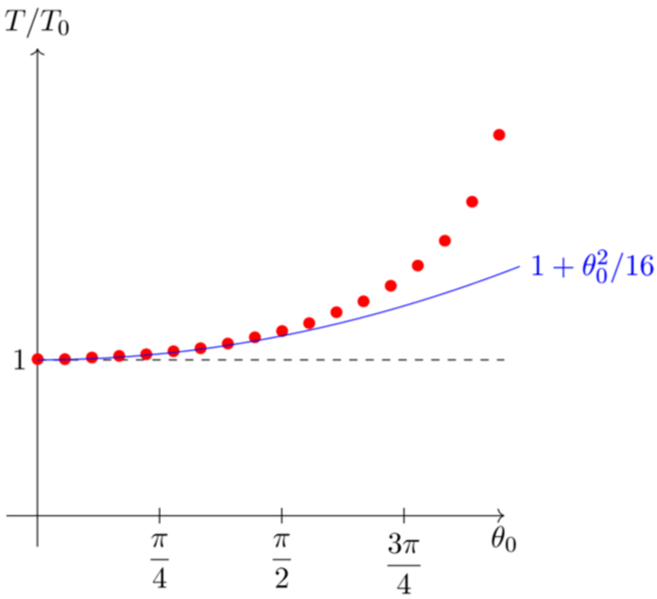
B Intégrale première du mouvement

C Régimes du pendule pesant

Régimes du pendule pesant

Le pendule pesant peut évoluer selon deux régimes de mouvement :

D Période des oscillations



Tracé de la période des oscillations normalisée par T_0 calculée numériquement en fonction de l'angle initial θ_0.
Pour les petits angles, on retrouve $T \approx T_0$, pour les angles intermédiaires, on a la formule de Borda $T \approx T_0(1 + \theta_0^2/16)$ et pour les très grands angles, cette formule ne marche plus !

Non-isochronisme des oscillations

Remarque :