

CHAPITRE 10 : RÉGIMES TRANSITOIRES DU DEUXIÈME ORDRE

Tous les phénomènes que nous rencontrons ne peuvent être modélisés par des solutions à une équation différentielle linéaire du premier ordre.

Prenons par exemple d'un ressort. Si nous étirons celui-ci, la masse accrochée à son extrémité n'a pas une évolution correspondant à une exponentielle décroissante. Il s'agit d'un mouvement d'oscillation et c'est bien des phénomènes oscillants dont il sera question ici.

QUESTION

Comment modélise-t-on un phénomène oscillant ? Comment améliorer cette modélisation pour en prendre en compte les limites ?

A Observations expérimentales

↪ Que fait-on ?

↪ Qu'observe-t-on ?

B Mise en équation

FORME CANONIQUE DE L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE HARMONIQUE

Remarques :

DÉFINITION

Oscillateur harmonique :

C Position d'équilibre

Remarque :

MÉTHODE : OBTENTION DE LA POSITION D'ÉQUILIBRE

Remarque :

D Résolution de l'équation**MÉTHODE DE RÉOLUTION D'UNE ED HARMONIQUE**Soit s , une grandeur dont l'évolution temporelle est régie par :

$$\frac{d^2 s}{dt^2}(t) + \omega_0^2 s(t) = \omega_0^2 K \quad (\text{E})$$

- 1/ Rappeler (ou établir) les conditions initiales pour s .
- 2/ Préciser l'intervalle de résolution.
- 3/ Donner l'ENSEMBLE des solutions de l'équation différentielle homogène :

$$s_h(t) =$$

- 4/ Trouver UNE solution particulière de l'équation différentielle :

$$s_p(t) =$$

- 5/ Résoudre (E) :

$$s(t) = s_h(t) + s_p(t)$$

- 6/ Résoudre le problème physique en utilisant les conditions initiales.

SOLUTIONS DU PROBLÈME

Remarques :

E Oscillateur harmonique électrique

I - Un oscillateur mécanique amorti : le système masse-ressort

A Mise en équation

FORME CANONIQUE DE L'ED D'UN OSCILLATEUR AMORTI

Remarques :

MÉTHODE : CHANGEMENT D'ORIGINE

B Résolution de l'équation

① Solutions générales de l'équation différentielle

SOLUTIONS GÉNÉRALES D'UN PROBLÈME DU DEUXIÈME ORDRE

2 Résolution dans le cas d'une masse lâchée sans vitesse initiale

SOLUTIONS DU PROBLÈME

$$z(0) = x_0 \quad \dot{z}(0) = 0$$

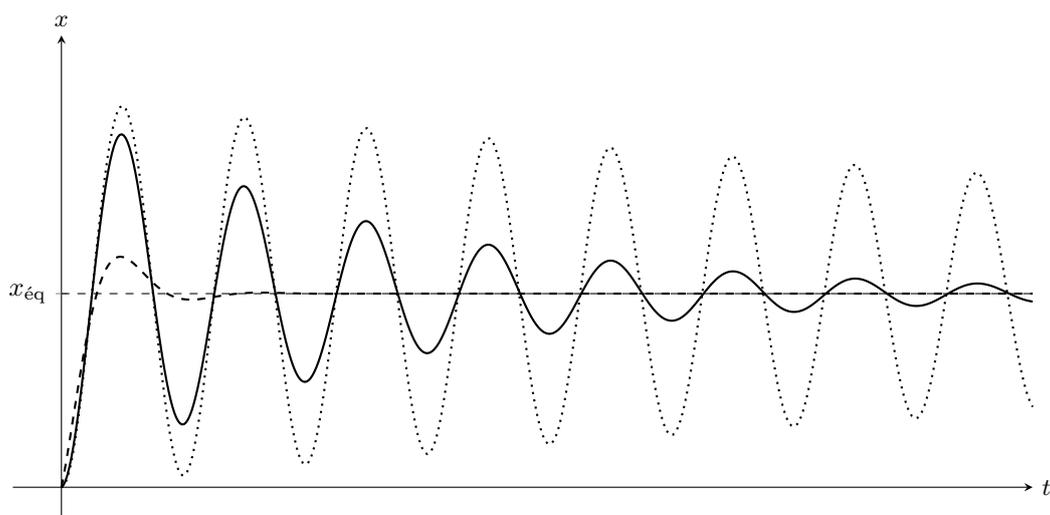


FIGURE 1 : Différents régimes pseudo-périodiques. $Q = 8$ en traits pleins, $Q = 50$ en pointillés et $Q = 1$ en tirets.

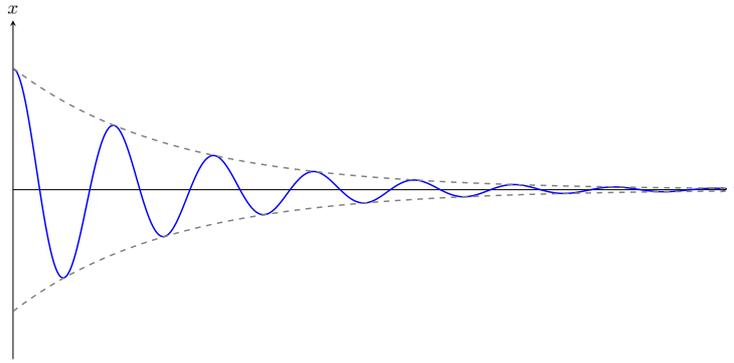


FIGURE 2 : Évolution de $x(t)$ dans le cas d'un régime pseudo-périodique

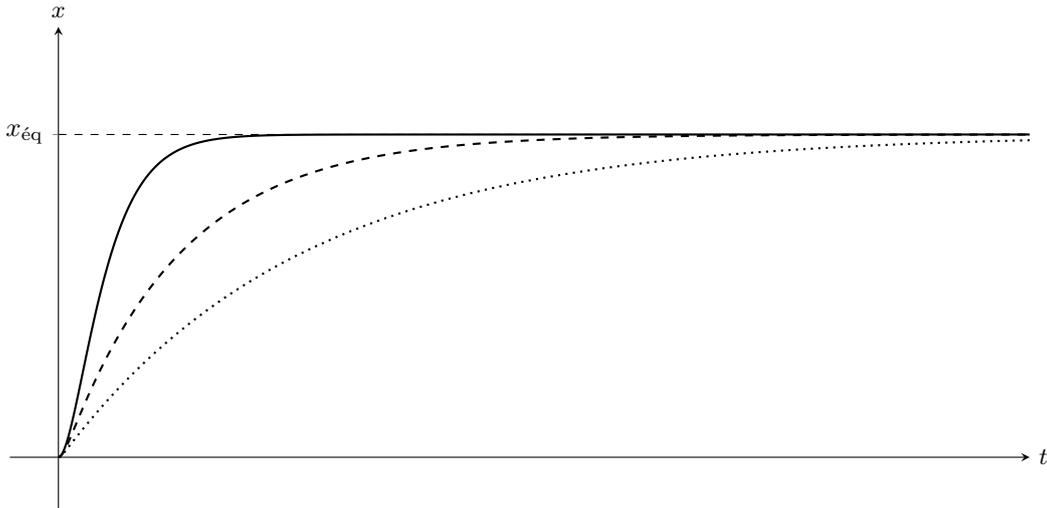


FIGURE 3 : Différents régimes apériodiques. $Q = 0,5$ en traits pleins (régime apériodique critique), $Q = 0,2$ en tirets et $Q = 0,1$ en pointillés.

II - Un oscillateur électrique amorti : le circuit RLC-série

A Mise en équation

FORME CANONIQUE DE L'ÉQUATION VÉRIFIÉE PAR LA TENSION AUX BORNES DE C

GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES

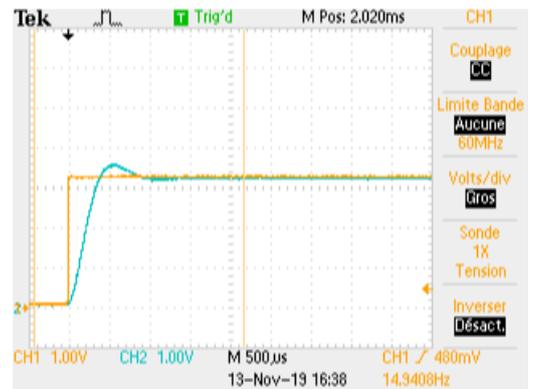
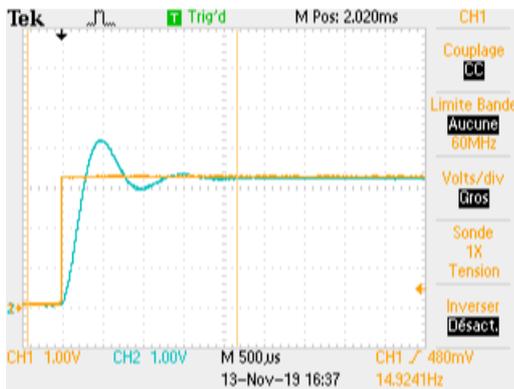
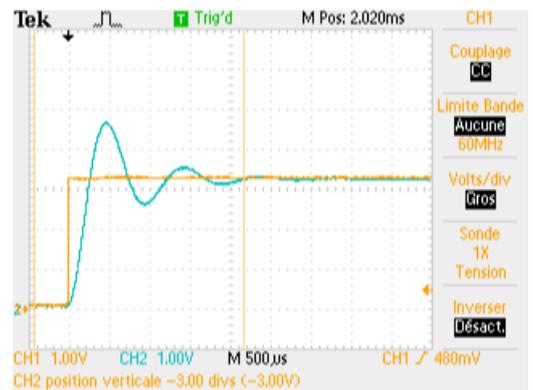
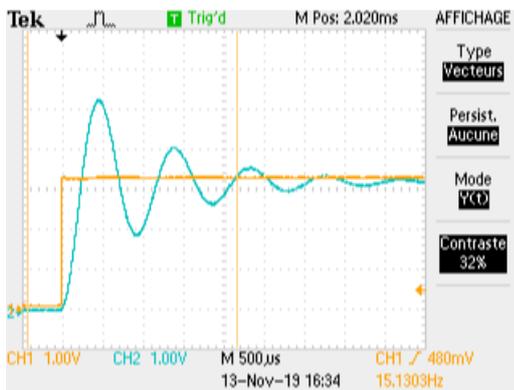
Remarques :

B Observations expérimentales : Influence du facteur de qualité

Prenons $L = 160$ mH et $C = 50$ nF.

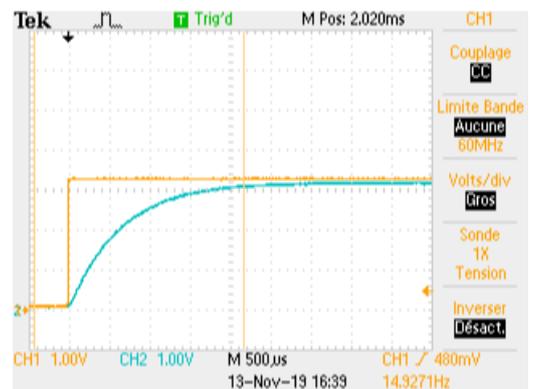
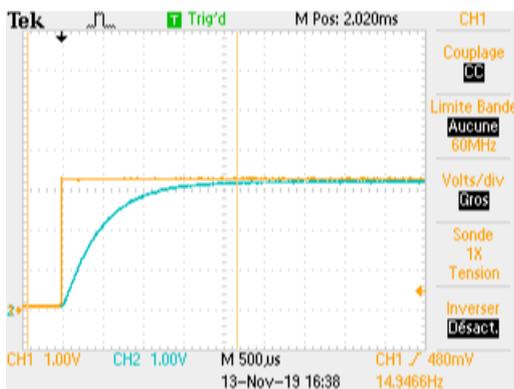
↪ Qu'observe-t-on ?

1 Facteur de qualité élevé



Pour un amortissement faible, on observe :

2 Facteur de qualité faible



Pour un amortissement fort, on observe :

ATTENTION : si la courbe ressemble à la réponse d'un circuit RC d'ordre 1, il y a une différence majeure. En effet, l'intensité est maintenant **continue**. Dans ce cas, cela signifie que la pente à l'origine vaut 0. *Ce que l'on peut vérifier en zoomant.*

C Temps de réponse du système

DURÉE DU RÉGIME TRANSITOIRE

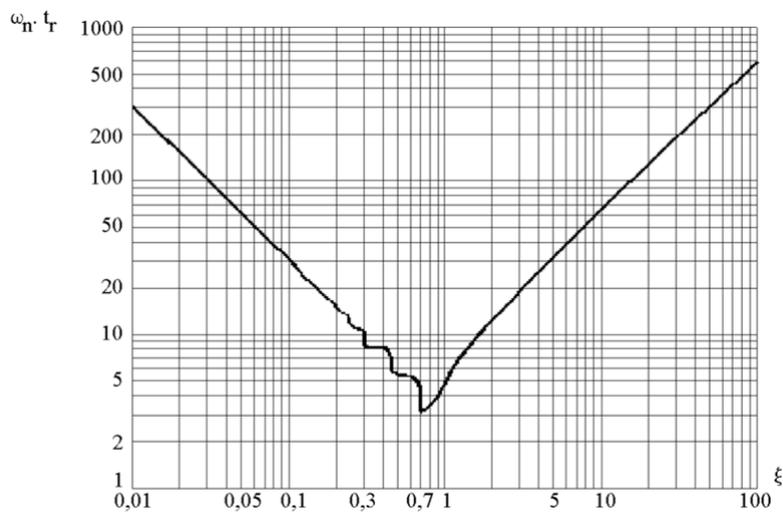


FIGURE 4 : Abaque donnant le temps de réponse à 5% en fonction de ξ le coefficient d'amortissement

D Aspects énergétiques

① Réponse indicielle

RÉPARTITION DE L'ÉNERGIE

② Régime libre

RÉPARTITION DE L'ÉNERGIE

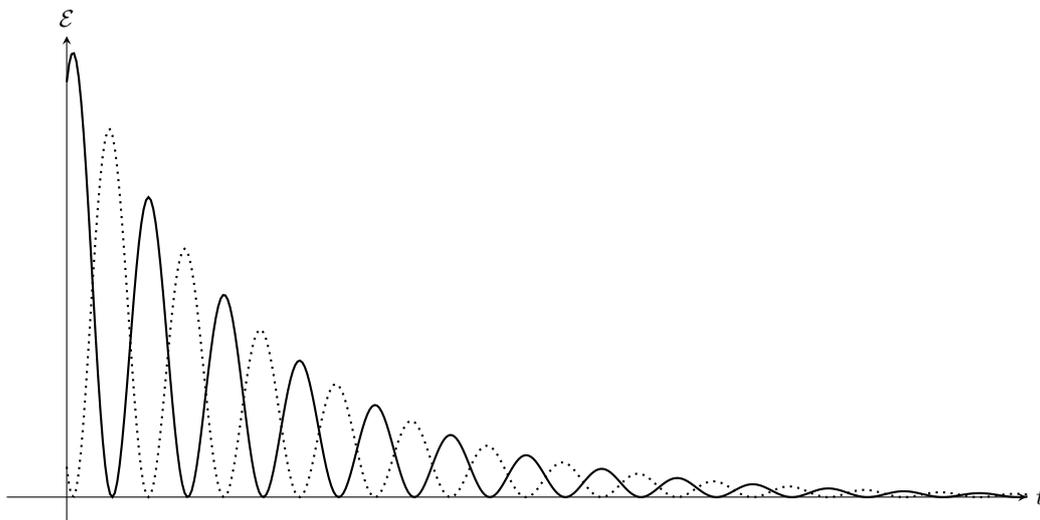


FIGURE 5 : Décroissance de l'énergie électromagnétique emmagasinée dans la bobine (en pointillés) et dans le condensateur (en traits pleins) pour $Q = 4$.

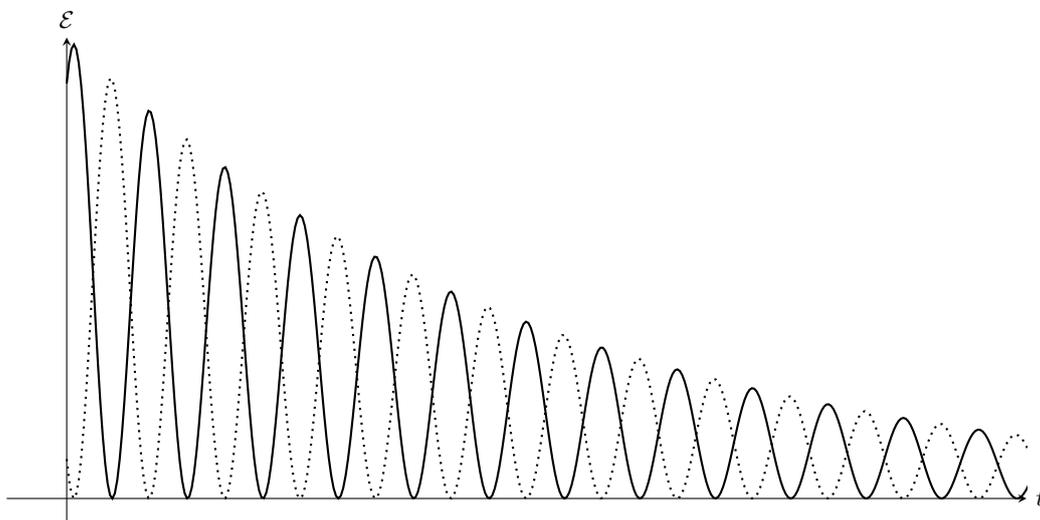


FIGURE 6 : Décroissance de l'énergie électromagnétique emmagasinée dans la bobine (en pointillés) et dans le condensateur (en traits pleins) pour $Q = 10$.

III - Analogie électromécanique

Systeme	Circuit RLC-série	Masse ressort avec frottements visqueux
Équation différentielle		
Pulsation propre		
Facteur de qualité		
Grandeurs analogues		