

Page web du *Cahier d'entraînement*,
dernières versions



Ce cahier d'entraînement a été écrit collectivement par des professeurs en classes préparatoires scientifiques.

Coordination

Colas BARDAVID et Jimmy ROUSSEL

Équipe des participants

Stéphane BARGOT, Claire BOGGIO, Cécile BONNAND, Alexis BRÈS, Geoffroy BURGUNDER, Erwan CAPITAINE, Caroline CHEVALIER, Maxime DEFOSSEUX, Raphaëlle DELAGRANGE, Alexis DROUARD, Gaëlle DUMAS, Alexandre FAFIN, Jean-Julien FLECK, Aéla FORTUN, Florence GOUTVERG, Chahira HAJLAOUI, Mathieu HEBDING, Lucas HENRY, Didier HÉRISSON, Jean-Christophe IMBERT, Fanny JOSPITRE, Tom KRISTENSEN, Emmanuelle LAAGE, Catherine LAVAINNE, Maxence MIGUEL-BREBION, Anne-Sophie MOREAU, Louis PÉAULT, Isabelle QUINOT, Valentin QUINT, Alain ROBICHON, Caroline ROSSI-GENDRON, Nancy SAUSSAC, Anthony YIP

Le pictogramme 🕒 de l'horloge a été créé par Ralf SCHMITZER (The Noun Project).

Le pictogramme 🚧 du bulldozer a été créé par Ayub IRAWAN (The Noun Project).

La photographie de la couverture vient de TWITTER. L'illustration est utilisée à des fins pédagogiques et les droits restent réservés.

Version 1.2.0 — 17 août 2024

Mode d'emploi

Qu'est-ce que le cahier d'entraînement ?

Le *cahier d'entraînement en physique-chimie* est un outil destiné à renforcer l'acquisition de **réflexes utiles en physique et en chimie**.

Il ne se substitue en aucun cas aux TD donnés par votre professeur ; travailler avec ce cahier d'entraînement vous permettra en revanche d'aborder avec plus d'aisance les exercices de physique-chimie.

Pour donner une analogie, on pourrait dire que ce cahier d'entraînement est comparable aux **exercices de musculation** d'un athlète : ils sont nécessaires pour mieux réussir le jour J lors de la compétition, mais ils ne sont pas suffisants : un coureur de sprint fait de la musculation, mais il fait également tout un tas d'autres exercices.

Ce cahier a été conçu par une large équipe de professeurs en classes préparatoires, tous soucieux de vous apporter l'aide et les outils pour réussir.

Comment est-il organisé ?

Le cahier est organisé en *fiches d'entraînement*, chacune correspondant à un thème issu du programme de première année d'enseignement supérieur.

Les thèmes choisis sont dans l'ensemble au programme de toutes les CPGE. De rares thèmes sont spécifiques à la filière PCSI, mais les intitulés sont suffisamment clairs pour que vous puissiez identifier facilement les fiches qui vous concernent.

Chaque fiche est composée d'une suite de petits exercices, appelés *entraînements*, dont le temps de résolution estimé est indiqué par une (🕒🕒🕒🕒), deux (🕒🕒🕒), trois (🕒🕒🕒) ou quatre (🕒🕒🕒🕒) horloges.

Les exercices « bulldozer »

Certains entraînements sont accompagnés d'un pictogramme représentant un bulldozer.



Ces entraînements sont **basiques et transversaux**.

Les compétences qu'ils mettent en jeu ne sont pas forcément spécifiques au thème de la fiche et peuvent être transversales.

Ce pictogramme a été choisi car le bulldozer permet de construire les fondations, et que c'est sur des fondations solides que l'on bâtit les plus beaux édifices. Ces entraînements sont donc le gage pour vous d'acquérir un socle solide de savoir-faire.

Comment utiliser ce cahier ?

Le cahier d'entraînement ne doit pas remplacer vos TD. Il s'agit d'un outil à utiliser en complément de votre travail « normal » en physique (apprentissage du cours, recherche de TD, recherche des DM).

Un travail personnalisé.

Le cahier d'entraînement est prévu pour être **utilisé en autonomie**.

Choisissez vos entraînements en fonction des difficultés que vous rencontrez, des chapitres que vous étudiez, ou bien en fonction des conseils de votre professeur.

Ne cherchez pas à faire linéairement ce cahier : les fiches ne sont pas à faire dans l'ordre, mais en fonction des points que vous souhaitez travailler.

Un travail régulier.

Pratiquez l'entraînement à un rythme régulier : **une dizaine de minutes par jour** par exemple. Privilégiez un travail régulier sur le long terme plutôt qu'un objectif du type « faire dix fiches par jour pendant les vacances ».

Un travail efficace.

Utilisez les réponses et les corrigés de façon appropriée : il est important de chercher suffisamment par vous-même avant d'aller les regarder. Il faut vraiment **persévérer** dans votre raisonnement et vos calculs avant d'aller voir le corrigé si vous voulez que ces entraînements soient efficaces.

Une erreur ? Une remarque ?

Si jamais vous voyez une erreur d'énoncé ou de corrigé, ou bien si vous avez une remarque à faire, n'hésitez pas à écrire à l'adresse cahier.entrainement@gmail.com.

Si vous pensez avoir décelé une erreur, merci de donner aussi l'identifiant de la fiche, écrit en gris en haut à gauche de chaque fiche.

Gaz parfaits

Prérequis

La loi des gaz parfaits s'écrit $PV = nRT$, avec P en pascals, V en mètres cubes, n en moles et T en kelvins.

Constantes utiles

→ constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

→ définition du bar : $1 \text{ bar} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$

→ conversion entre kelvins et degrés Celsius : $T (\text{K}) = \theta (^\circ\text{C}) + 273,15$

Entraînement au calcul

Entraînement 18.1 — Quelques calculs de volume.



Calculer le volume (en L) occupé à $T = 25^\circ\text{C}$ et sous une pression $P = 1,0 \text{ bar}$ pour les gaz suivants.

a) 100 g d'argon ($M_{\text{Ar}} = 40 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

b) 32 g de dioxygène O_2 ($M_{\text{O}} = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

c) 1,2 kg de dioxyde de carbone CO_2 ($M_{\text{C}} = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

Entraînement 18.2 — Bouteille de butane.



Une bouteille de 30,6 L, maintenue à 20°C , contient du butane (C_4H_{10}) qui est sous la forme d'un mélange liquide/gaz comprimé. Le contenu de la bouteille présente une masse m de 13 kg.

On donne $M_{\text{H}} = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $M_{\text{C}} = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

a) Combien vaut la masse molaire (en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$) du butane?

b) Quelle serait la pression à l'intérieur de la bouteille si tout le butane était à l'état gazeux?

.....

c) Quel volume occuperait le contenu de la bouteille, s'il était entièrement à l'état gazeux, sous une pression de 1,0 bar et à la température de 20°C ?

Entraînement 18.3 — Volume molaire.



Calculer le volume molaire (en $\text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$) d'un gaz parfait :

a) sous 1,00 bar et à $25,0^\circ\text{C}$

b) sous 2,00 bar et à $50,0^\circ\text{C}$

Entraînement 18.4 — Surchauffe ?



Un pneu de voiture, de volume supposé constant, est gonflé à froid, à la température $T_1 = 20^\circ\text{C}$, sous la pression $P_1 = 2,0$ bar. Après avoir roulé un certain temps, le pneu affiche une pression $P_2 = 2,3$ bar.

Quelle est alors sa température (en $^\circ\text{C}$) si l'on assimile l'air à un gaz parfait ?

Entraînement 18.5



Un récipient de volume V_1 enferme de l'air (assimilé à un gaz parfait) à la température $T_1 = 20^\circ\text{C}$ et sous une pression $P_1 = 1,20$ bar.

Que vaut la pression finale (en bar) si l'on augmente :

a) le volume de 20% ?

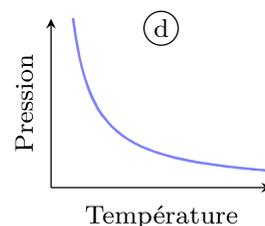
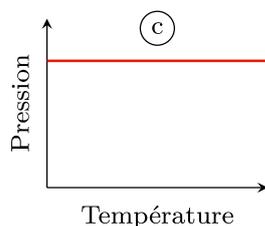
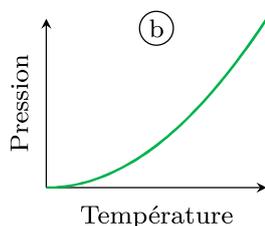
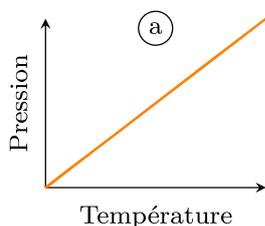
b) la température de 10°C ?

Manipulations algébriques

Entraînement 18.6 — Faire le lien entre une formule et un graphe.

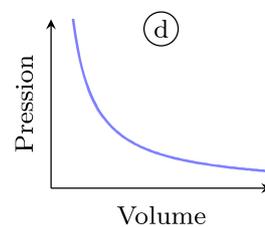
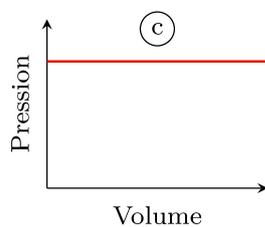
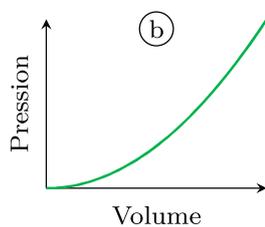
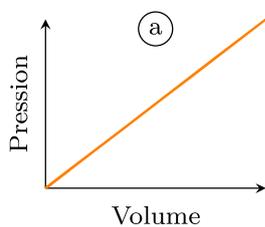


a) Lequel de ces graphes représente la relation entre pression et température lorsque n et V sont fixés ?



.....

b) Lequel de ces graphes représente la relation entre pression et volume lorsque n et T sont fixés ?



.....

Entraînement 18.7 — Masse volumique de l'eau.



On considère un gaz parfait de masse molaire M , à la pression P et à la température T .

a) Exprimer sa masse volumique ρ en fonction de M , P et T

b) La vapeur d'eau a pour masse volumique $\rho = 0,595 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ à $100 \text{ }^\circ\text{C}$ et 1013 hPa . Sa masse molaire est $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Est-ce compatible avec le modèle du gaz parfait ?

Entraînement 18.8 — Compression d'un gaz.



Un gaz, initialement à la pression P_1 et à la température $T_1 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$, est comprimé jusqu'à une pression valant $P_2 = 4P_1$. Sa masse volumique initiale est de ρ_1 .

Exprimer sa masse volumique finale ρ_2 en fonction de ρ_1 si sa température T_2 vaut :

a) $T_2 = T_1$

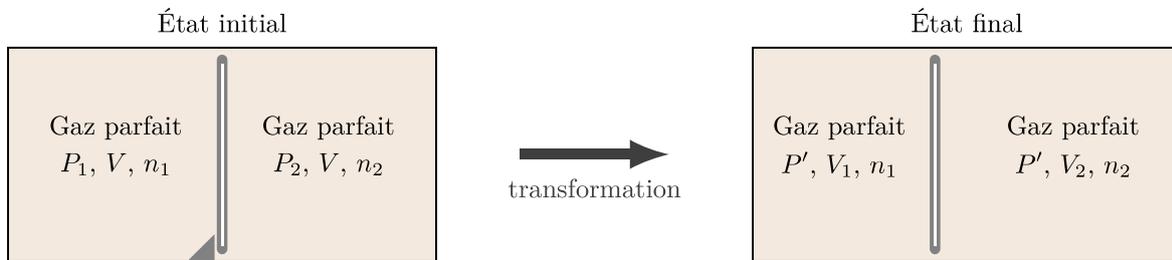
b) $T_2 = 50 \text{ }^\circ\text{C}$

 **Entraînement 18.9 — Mouvement d'un piston.**



Une enceinte maintenue à une température T est divisée en deux parties d'égal volume V , par un piston mobile sans frottement.

Initialement, le piston est bloqué, et chaque compartiment contient un gaz parfait de pressions respectives P_1 et P_2 . On note n_1 et n_2 les quantités de matière dans chaque compartiment.



Une fois débloqué, le piston se déplace librement de façon à ce que les pressions dans chaque compartiment deviennent égales.

Déterminer :

a) la relation entre n_1 , n_2 , P_1 et P_2

b) le volume V_1 en fonction de V , P_1 et P_2

Entraînement 18.10 — Expression de la densité d'un gaz.



La densité d d'un gaz A est le rapport entre la masse volumique du gaz A et la masse volumique de l'air sous les mêmes conditions de pression et de température. Autrement dit, c'est

$$d = \frac{\rho_A}{\rho_{\text{air}}}.$$

On note M_A la masse molaire de A et M_{air} celle de l'air.

Exprimer la densité d en fonction de M_A et M_{air} à l'aide de la loi du gaz parfait

Entraînement 18.11 — Bulle de savon.



Une bulle de savon sphérique de rayon r enferme n moles d'air à la température ambiante T_0 .

La pression qui règne à l'intérieur de la bulle de savon est donnée par

$$P = P_0 + \frac{4\gamma}{r}$$

où γ est la tension superficielle de l'eau savonneuse et où P_0 est la pression atmosphérique.

a) Donner l'expression du volume de la bulle en fonction r

b) Exprimer n en fonction de P_0 , T_0 , γ et r

Mélange de gaz parfaits

Tous les mélanges de gaz seront considérés parfaits.

Entraînement 18.12 — Un gaz sous pression.



Un gisement donné fournit du gaz naturel dont la composition (en fractions molaires) est :

- 81,3% méthane (CH_4)
- 2,9% éthane (C_2H_6)
- 0,4% propane (C_3H_8)
- 0,2% butane (C_4H_{10})
- 14,3% diazote (N_2)

On donne $M_{\text{H}} = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, $M_{\text{C}} = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $M_{\text{N}} = 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Calculer :

a) la masse molaire du mélange

b) la fraction massique de l'éthane .

Entraînement 18.13 — Composition d'un mélange.



Un mélange de diazote N_2 ($M_{\text{N}} = 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) et de dioxygène O_2 ($M_{\text{O}} = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) présente une masse volumique de $1,00 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ à 100°C et sous une pression de 1013 hPa .

a) Calculer la masse molaire du mélange

b) En déduire la fraction molaire en dioxygène

Entraînement 18.14 — Air humide.



L'humidité relative (ou *taux d'hygrométrie*) est le rapport

$$H = \frac{\text{pression partielle de vapeur d'eau}}{\text{pression de vapeur saturante}}.$$

La pression de vapeur saturante de l'eau à 25 °C vaut 3 166 Pa.

Quelle est la masse de vapeur d'eau (on donne $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) présente dans une pièce de 400 m³ contenant de l'air à 25 °C un jour où l'humidité relative est de 60 % ?

Entraînement 18.15 — Ajout d'un gaz.



Un récipient clos de volume V enferme un mélange gazeux contenant deux espèces A et B à une température T fixée. La pression totale vaut $P = 1\,500 \text{ hPa}$ et la pression partielle de A est de 1 100 hPa.

a) Quelle est la pression partielle de B ?

b) On ajoute une espèce C au système de sorte que la pression totale augmente jusqu'à 1 800 hPa.

Quelle est la nouvelle pression partielle de B ?

Réponses mélangées

64 °C	$\frac{4\pi P_0 r^3 + 16\pi\gamma r^2}{3RT_0}$	62 L	5,5 m ³	(a)	$\frac{2P_1}{P_1 + P_2}V$	65,6 %
$6,8 \times 10^2 \text{ L}$	$18,2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$	$4\rho_1$	$58 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$	$\frac{n_2}{n_1} = \frac{P_2}{P_1}$	400 hPa	$3,7\rho_1$
$\frac{4}{3}\pi r^3$	400 hPa	non	1,00 bar	$1,8 \times 10^2 \text{ bar}$	25 L	4,79 %
$24,8 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$	$\frac{M_A}{M_{\text{air}}}$	(d)	5,5 kg	$\frac{MP}{RT}$	$30,6 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$	$13,4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$

► Réponses et corrigés page 295

Fiche n° 18. Gaz parfaits

Réponses

18.1 a).....	62 L	18.6 a).....	(a)	18.11 a).....	$\frac{4}{3}\pi r^3$
18.1 b).....	25 L	18.6 b).....	(d)	18.11 b)...	$\frac{4\pi P_0 r^3 + 16\pi\gamma r^2}{3RT_0}$
18.1 c).....	$6,8 \times 10^2\text{ L}$	18.7 a).....	$\frac{MP}{RT}$	18.12 a).....	$18,2\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
18.2 a).....	$58\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$	18.7 b).....	non	18.12 b).....	$4,79\%$
18.2 b).....	$1,8 \times 10^2\text{ bar}$	18.8 a).....	$4\rho_1$	18.13 a).....	$30,6\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
18.2 c).....	$5,5\text{ m}^3$	18.8 b).....	$3,7\rho_1$	18.13 b).....	$65,6\%$
18.3 a).....	$24,8\text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$	18.9 a).....	$\frac{n_2}{n_1} = \frac{P_2}{P_1}$	18.14.....	$5,5\text{ kg}$
18.3 b).....	$13,4\text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$	18.9 b).....	$\frac{2P_1}{P_1 + P_2}V$	18.15 a).....	400 hPa
18.4.....	64°C	18.10.....	$\frac{M_A}{M_{\text{air}}}$	18.15 b).....	400 hPa
18.5 a).....	$1,00\text{ bar}$				
18.5 b).....	$1,24\text{ bar}$				

Corrigés

18.1 a) On a $PV = nRT$ avec $n = \frac{m}{M}$. Ainsi, on a $V = \frac{m}{M} \times \frac{RT}{P}$. Notez que l'on peut laisser les masses en g si l'on exprime la masse molaire en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

$$\text{Ainsi, on a } V = \frac{100\text{ g}}{40\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \times \frac{8,314\text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 298,15\text{ K}}{1 \times 10^5\text{ Pa}} = 62 \times 10^{-3}\text{ m}^3 = 62\text{ L}.$$

18.1 b) On a $V = \frac{32\text{ g}}{2 \times 16\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \times \frac{8,314\text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 298,15\text{ K}}{1 \times 10^5\text{ Pa}} = 24,8 \times 10^{-3}\text{ m}^3 = 25\text{ L}.$

18.1 c) On a $V = \frac{1200\text{ g}}{(12 + 2 \times 16)\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \times \frac{8,314\text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 298,15\text{ K}}{1 \times 10^5\text{ Pa}} = 0,676\text{ m}^3 = 6,8 \times 10^2\text{ L}.$

18.2 a) On a $M_{\text{C}_4\text{H}_{10}} = 4 \times M_{\text{C}} + 10 \times M_{\text{H}} = 4 \times 12\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} + 10 \times 1\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 58\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}.$

18.2 b) Si tout le butane était à l'état gazeux dans la bouteille et en admettant qu'il se comporte comme un gaz parfait, la pression qui y règnerait serait de

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{m}{M} \times \frac{RT}{V} = \frac{13 \times 10^3\text{ g}}{58\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \times \frac{8,314\text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 293,15\text{ K}}{30,6 \times 10^{-3}\text{ m}^3} = 179 \times 10^5\text{ Pa} = 1,8 \times 10^2\text{ bar}$$

et la bouteille exploserait... Heureusement qu'une grande partie est à l'état liquide!

18.2 c) En considérant le butane comme gaz parfait, on a

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{m}{M} \frac{RT}{P} = \frac{13 \times 10^3 \text{ g}}{58 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \times \frac{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 293,15 \text{ K}}{1 \times 10^5 \text{ Pa}} = 5,5 \text{ m}^3.$$

18.3 a) Le volume molaire est le volume occupé par une mole de gaz : c'est $V_m = \frac{V}{n} = \frac{RT}{P}$.

En exprimant la pression en pascals et la température en kelvins on obtient

$$V_m = \frac{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 298,15 \text{ K}}{1,00 \times 10^5 \text{ Pa}} = 24,8 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} = 24,8 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

18.3 b) On applique la même formule. On trouve

$$V_m = \frac{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times (273,15 + 50) \text{ K}}{2,00 \times 10^5 \text{ Pa}} = 13,4 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} = 13,4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

Remarquez que le volume molaire ne dépend pas de la nature du gaz mais seulement des conditions de pression et de température.

18.4 D'après la loi des gaz parfaits : $P_1V = nRT_1$ et $P_2V = nRT_2$ ce qui donne à volume constant :

$$T_2 = T_1 \frac{P_2}{P_1} = (273,15 + 20) \text{ K} \times \frac{2,3 \text{ bar}}{2,0 \text{ bar}} = 337 \text{ K} = 64 \text{ }^\circ\text{C}.$$

18.5 a) À température constante, le produit PV reste constant d'où

$$P_1V_1 = P_2V_2 \quad \text{avec} \quad V_2 = 1,2V_1 \quad \text{d'où} \quad P_2 = \frac{P_1}{1,2} = 1,0 \text{ bar}.$$

18.5 b) À volume constant le quotient P/T reste constant d'où

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad \text{d'où} \quad P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_1} = 1,2 \times \frac{303,15}{293,15} = 1,24 \text{ bar}.$$

18.6 a) La loi des gaz parfaits permet d'exprimer P en fonction de T : $P = \frac{nR}{V}T = C^{\text{te}} \times T$, car nR/V est constant. On prévoit donc une relation linéaire dont la courbe représentative est une droite passant par l'origine.

18.6 b) En vertu de la loi du gaz parfait, on a $P = \frac{nRT}{V} = \frac{C^{\text{te}}}{V}$, car nRT est fixé. On prévoit donc une relation inverse dont la courbe représentative est une hyperbole.

18.7 a) Par définition, la masse volumique vaut

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{nM}{\frac{nRT}{P}} = \frac{MP}{RT}.$$

18.7 b) Assimilons la vapeur d'eau à un gaz parfait : on a alors

$$\rho = \frac{18 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} \times 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}}{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 373,15 \text{ K}} = 0,588 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

Ce résultat est en désaccord avec la mesure.

Au voisinage d'un changement d'état (comme ici, où l'eau est à l'état de vapeur saturante), le modèle du gaz parfait n'est pas valide.

18.8 a) La masse volumique d'un gaz parfait s'écrit $\rho = \frac{MP}{RT}$. On a donc ici

$$\rho_1 = \frac{MP_1}{RT_1} \quad \text{et} \quad \rho_2 = \frac{MP_2}{RT_2}.$$

Ce qui donne $\rho_2 = \rho_1 \frac{P_2}{P_1} = 4\rho_1$.

18.8 b) Le même raisonnement mène à $\rho_2 = \rho_1 \frac{T_1 P_2}{T_2 P_1} = 3,7\rho_1$.

On fera attention au fait que, dans un rapport de températures, celles-ci sont à exprimer en kelvins.

18.9 a) D'après la loi du gaz parfait, on a $n_1 = \frac{P_1 V}{RT}$ et $n_2 = \frac{P_2 V}{RT}$ d'où la relation $\frac{n_2}{n_1} = \frac{P_2}{P_1}$.

18.9 b) Appliquons la loi du gaz parfait dans chaque compartiment : on a

$$P'V_1 = n_1 RT \quad \text{et} \quad P'V_2 = n_2 RT,$$

dont on déduit $V_2/V_1 = n_2/n_1$.

Par ailleurs, la conservation du volume total donne

$$2V = V_1 + V_2 = V_1 \left(1 + \frac{n_2}{n_1} \right).$$

Ainsi, il découle

$$V_1 = \frac{2V}{1 + n_2/n_1} = \frac{2V}{1 + P_2/P_1} = \frac{2P_1}{P_1 + P_2} V.$$

18.10 Exprimons la masse volumique en fonction de la masse molaire pour un gaz parfait :

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{mRT}{MP} \quad \text{donc} \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}.$$

Ainsi, sous la même pression et la même température, on a

$$d = \frac{\rho_A}{\rho_{\text{air}}} = \frac{PM_A}{PM_{\text{air}}} = \frac{M_A}{M_{\text{air}}}.$$

18.11 a) Le volume de la bulle vaut $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

18.11 b) La pression de l'air intérieure vaut $P = P_0 + \frac{4\gamma}{r}$. La loi des gaz parfaits donne alors :

$$PV = \left(P_0 + \frac{4\gamma}{r} \right) \times \frac{4}{3}\pi r^3 = nRT_0 \quad \text{d'où} \quad n = \frac{4\pi P_0 r^3 + 16\pi\gamma r^2}{3RT_0}.$$

18.12 a) La masse molaire du mélange est la moyenne pondérée des masses molaires : $M = \sum_i x_i M_i$.

Ce qui donne ici

$$M = (0,813 \times 16 + 0,029 \times 30 + 0,004 \times 44 + 0,002 \times 58 + 0,143 \times 28) \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 18,2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

18.12 b) Faisons un bilan avec une mole de mélange :

- le mélange a une masse totale $m = 18,2 \text{ g}$;
- ce mélange contient $0,029 \text{ mol}$ d'éthane soit $m_{\text{C}_2\text{H}_6} = 0,029 \times 30 = 0,87 \text{ g}$.

On en déduit le titre massique vaut

$$w_{\text{C}_2\text{H}_6} = m_{\text{C}_2\text{H}_6} / m = 4,79 \%$$

18.13 a) Le mélange étant considéré parfait, on peut appliquer la loi du gaz parfait :

$$PV = nRT \quad \text{d'où} \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{MP}{RT}.$$

On en déduit la masse molaire

$$M = \frac{\rho RT}{P} = \frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 373,15 \text{ K}}{1,013 \times 10^5 \text{ Pa}} = 30,6 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

18.13 b) La masse molaire du mélange est la moyenne pondérée des masses molaires. Si l'on note x la fraction molaire en dioxygène et y celle en diazote, on a $M = xM_{\text{O}_2} + yM_{\text{N}_2}$ avec $x + y = 1$. On en déduit

$$x = \frac{M - M_{\text{N}_2}}{M_{\text{O}_2} - M_{\text{N}_2}} = \frac{30,626 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} - 28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{32 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} - 28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 65,6 \%$$

18.14 Calculons la pression partielle en vapeur d'eau : elle vaut $P_{\text{H}_2\text{O}} = 60 \% p_{\text{sat}} = 1,90 \times 10^3 \text{ Pa}$.

Dans un volume de 400 m^3 cela correspond à une quantité de matière

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{P_{\text{H}_2\text{O}} V}{RT} = \frac{1,90 \times 10^3 \text{ Pa} \times 400 \text{ m}^3}{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 298,15 \text{ K}} = 307 \text{ mol}.$$

Ce qui représente une masse $m = n_{\text{H}_2\text{O}} \times M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} \times 307 \text{ mol} = 5,5 \text{ kg}$.

18.15 a) La loi de Dalton impose $P = P_A + P_B$ d'où $P_B = 400 \text{ hPa}$.

18.15 b) La pression partielle d'une espèce dépend de sa quantité de matière, sa température et du volume total. En effet,

$$P = \frac{\left(\sum_i n_i \right) \times RT}{V} = \sum_i P_i \quad \text{avec} \quad P_i = \frac{n_i RT}{V}.$$

Puisque ces quantités n'ont pas changé pour l'espèce B, sa pression partielle est restée la même.