

Résoudre l'équation différentielle $y'' - 3y' + 2y = \exp(t)$.

Réponse :

$$y(t) = \lambda \exp(t) + \mu \exp(2t) - t \exp(t).$$

Résoudre l'équation différentielle $y'' + 2y' + 5y = \cos^2(t)$.

Réponse :

$$y(t) = (\lambda \cos(2t) + \mu \sin(2t)) \exp(t) + y_0(t)$$

avec y_0 solution particulière qui se calcule en linéarisant $\cos^2(t) = 1/2 + \frac{\cos 2t}{2}$

et par principe de superposition.

$$\text{On trouve par exemple } y_0(t) = 1/10 + \frac{\cos 2t}{34} + \frac{2 \sin 2t}{17}.$$

Résoudre les ED :

$$y'' - 2y' + 5y = -\cos^2 x$$

Réponse :

$$y(t) = (\lambda \cos(2t) + \mu \sin(2t)) \exp(t) + y_0(t)$$

$$y_0(t) = -1/10 - \frac{\cos 2t}{34} + \frac{2 \sin 2t}{17}.$$

BONUS :

$$y'' - 4y' + 3y = (2x + 1)e^{-x}$$

Réponse :

$$y(t) = \lambda \exp(t) + \mu \exp(3t) + y_0(t)$$

$$y_0(t) = \left(\frac{t}{4} + \frac{5}{16}\right) \exp(-t).$$

$$y'' - 4y' + 3y = (2x + 1)e^x$$

Réponse :

$$y(t) = \lambda \exp(t) + \mu \exp(3t) + y_0(t)$$

$$y_0(t) = t \exp(t) \left(-1 - \frac{t}{2}\right).$$

$$y'' - 2y' + y = (x^2 + 1)e^x + e^{3x}$$

Réponse :

$$y(t) = (\lambda t + \mu) \exp(t) + y_0(t)$$

$$y_0(t) = t^2 \exp(t) \left(\frac{t^2}{12} + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4} \exp(3t).$$

$$y'' - 4y' + 3y = x^2 e^x + x e^{2x} \cos x$$

Réponse :

$$y(t) = \lambda \exp(t) + \mu \exp(3t) + y_0(t)$$

$$y_0(t) = -t \exp(t) \left(\frac{t^2}{6} + \frac{t}{4} + \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} \exp(2x) (\sin x - x \cos x).$$