

# Programme de colles MP 2017.

## Semaine 8

Espaces vectoriels normés - Topologie - Limites, continuité

### Questions de cours :

1. Exposez vos connaissances sur les limites d'une fonction vectorielle en illustrant par des exemples et contre exemples.
2. Exposer vos connaissance sur la continuité de fonctions vectorielles en illustrant par des exemples.
3. **Pas de convexité ni de connexité cette semaine.**
4. Exercice 34 de la banque CCP
5. Exercice 35 de la banque CCP
6. Exercice 36 de la banque CCP
7. Exercice 41 de la banque CCP

---

### Détails des questions de cours :

1. Exposez vos connaissances sur les limites d'une fonction vectorielle en illustrant par des exemples et contre exemples.
  - Définitions (limite finie/infinie en un point finie/infinie) : énoncer les quatre cas (\*).
  - Caractérisation séquentielle de la limite (\*). Applications à des exemples de fonctions de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}$ .
  - Limites et normes équivalentes (cas de la dimension finie)
  - Unicité de la limite, fonction bornée sur un voisinage relatif, opérations sur les limites.
  - Applications coordonnées en DF et applications composantes dans le cas où  $F$  est un espace produit.
2. Exposer vos connaissance sur la continuité de fonctions vectorielles en illustrant par des exemples.
  - Définition. Caractérisation séquentielle. Opérations sur les fonctions continues. Exemples et contre exemples.
  - Caractérisation par les images réciproques d'ouverts et de fermés.
  - Prolongement par continuité, argument de densité/continuité.
  - Caractérisation des applications linéaires et bilinéaires/multilinéaires continues. Cas de la dimension finie. Exemples et contre-exemples (\*).
  - Continuité et compacité : théorème de l'image continue d'un compact (\*) et théorème de Heine (le théorème de Stone et Weierstrass a été énoncé comme corollaire du théorème de Heine, mais son utilisation n'est pas un objectif attendu de ce programme de colles).