

# Programme de colles MP 2018.

## Semaine 6

Algèbre linéaire (tout le programme de MPSI et de MP)  
Espaces vectoriels normés (début)

### Questions de cours :

1. Exposez vos connaissances sur la diagonalisation et la trigonalisation d'un endomorphisme et d'une matrice en dimension finie.
2. Exposez vos connaissances sur les polynômes annulateurs d'un endomorphisme en dimension quelconque.
3. Exercice 72 de la banque CCP (algèbre)
4. Exercice 74 de la banque CCP (algèbre)
5. Exercice 93 de la banque CCP (algèbre)

---

Détails du contenu des questions de cours :

1. Diagonalisation et la trigonalisation d'un endomorphisme et d'une matrice en dimension finie
  - Définition.
  - Premières conditions nécessaires et/ou suffisantes de réduction :
    - a. Un endomorphisme  $f$  est trigonalisable ssi  $\chi_f$  est scindé. Cas complexe.
    - b. Un endomorphisme  $f$  est diagonalisable ssi la somme des sous espaces propres est égale à  $E$ .
    - c. Un endomorphisme  $f$  est diagonalisable ssi  $\chi_f$  est scindé et si pour toute racine  $\lambda$  de  $\chi_f$  de multiplicité  $m_\lambda$ ,  $\dim(E_\lambda) = m_\lambda$ .
    - d. Si  $\chi_f$  est scindé à racines simples, alors  $f$  est diagonalisable
  - Caractérisation de la trigonalisabilité par polynôme minimal scindé.
  - Caractérisation de la diagonalisabilité par polynôme minimal scindé à racines simples.
2. Polynômes annulateurs d'un endomorphisme en dimension quelconque
  - Définition de l'idéal annulateur et du polynôme minimal s'il existe.
  - Sous algèbre commutative  $\mathbb{K}[f]$
  - Lemme des noyaux ( $\star$ )
  - Caractérisation de la trigonalisabilité par polynôme minimal scindé.
  - Caractérisation de la diagonalisabilité par polynôme minimal scindé à racines simples.