

Programme de colles MP 2016.

Semaine 4

Réduction (suite...)

Fin du chapitre sur les matrices : changement de bases. Matrices semblables. Invariants de similitude.

Valeurs propres, spectre, espace propre, polynômes caractéristique et minimal d'un endomorphisme.

Diagonalisation et trigonalisation.

Conditions nécessaires et suffisantes de trigonalisabilité/diagonalisabilité :

- Un endomorphisme f est trigonalisable si et seulement si χ_f est scindé.
- Tout endomorphisme est donc toujours trigonalisable dans \mathbb{C} .
- Un endomorphisme f est diagonalisable si et seulement si la somme des sous-espaces propres est égale à E .
- Un endomorphisme f est diagonalisable si et seulement si χ_f est scindé et si pour toute racine λ de χ_f , on a $\dim(E_\lambda) = m_\lambda$.
- En particulier, **si χ_f est scindé à racines simples alors f est diagonalisable** (réciproque fausse).
- Si f n'a qu'une seule valeur propre λ alors f est diagonalisable **si et seulement si $f = \lambda \text{id}$** .

Questions de cours :

1. Exo 91 banque CCP
 2. Exo 83 banque CCP
 3. Exo 86 banque CCP
 4. Exo 87 banque CCP
-