

Programme de colles MP 2018.

Semaine 16

Espaces euclidiens et préhilbertiens.

- Produits scalaires, orthogonalité, projection orthogonale, famille orthonormale (procédé d'orthonormalisation)
- Famille totale orthonormale, Inégalité de Bessel, Egalité de Parseval.
- En exercice : polynômes orthogonaux (Legendre, Laguerre, Tchebychev) : ne pas hésiter à revenir sur ces thèmes d'étude très classiques.

Endomorphismes orthogonaux et endomorphismes symétriques

Tout se passe en dimension FINIE.

- Définition d'un endomorphisme orthogonal (ou isométrie vectorielle). Propriétés. Caractérisation. Stabilité de l'orthogonal.
- Définition d'un endomorphisme symétrique. Propriétés. Caractérisation des projecteurs orthogonaux comme projecteur symétrique. Stabilité de l'orthogonal.
- Théorème spectral géométrique. Corollaire (version matricielle).

Nous n'avons pas encore vu le théorème de réduction d'une isométrie vectorielle en base orthonormale. La description des isométries de \mathbb{R}^2 et de \mathbb{R}^3 n'est pas au programme de colle de cette semaine.

Questions de cours :

1. Exercice 78 de la banque CCP
 2. Exercice 79 de la banque CCP
 3. Exercice 81 de la banque CCP
 4. Exercice 82 de la banque CCP
 5. Exercice 68 de la banque CCP
 6. Exercice 92 de la banque CCP
-