

# Programme de colles MP 2016.

## Semaine 16

### \* Intégrales généralisées et suites et séries de fonctions (révisions)

### \* Intégrales à paramètres.

Toujours... pour bien enfoncer le clou !

### \* Espaces euclidiens et préhilbertiens.

- Produits scalaires, orthogonalité, projection orthogonale, famille orthonormale (procédé d'orthonormalisation)
- Endomorphismes orthogonaux (pas d'endomorphismes symétriques cette semaine).

### Questions de cours :

1. Exposez vos connaissances sur les espaces euclidiens et préhilbertiens en utilisant des exemples et des contre-exemples.
  2. Exercice 11 de la banque CCP
  3. Exercice 39 de la banque CCP
  4. Exercice 48 de la banque CCP
  5. Exercice 78 de la banque CCP
  6. Exercice 80 de la banque CCP
- 

Détails de la question de cours :

1. Exposez vos connaissances sur les espaces euclidiens et préhilbertiens.
  - Définition d'un produit scalaire et d'une norme euclidienne.
  - Formules usuelles.
  - Définition de  $A$  et  $B$  orthogonaux. Propriétés de l'orthogonal à une partie de  $E$ . Exemples et contre-exemples.
  - Un sev de DF admet un supplémentaire orthogonal.
  - Théorème de la projection orthogonale sur un sev admettant un supplémentaire orthogonal. Propriétés.
  - Définition d'une famille orthonormale. Calculs dans une base orthonormale.
  - Définition d'une suite totale (exemple : la suite des polynômes de LEGENDRE dans  $C([0, 1], \mathbb{R})$ ).
  - Inégalité de BESSEL et égalité de PARSEVAL.