

Programme de colles MP 2017.

Semaine 10

1 Bilan - Fonctions d'une variable réelle

- Dérivation, intégration d'une fonction vectorielle (techniques de changements de variables et IPP à réviser).
- Formules de Taylor (reste intégral, Lagrange, Young) et développements limités.
- Sommes de Riemann.

2 Fonctions convexes

Barycentres à coefficients positifs, Inégalités de convexité. Inégalité des pentes. Propriétés. Caractérisation des fonctions convexes dérivables et deux fois dérivables. Positions relatives de la courbe, d'une corde et d'une tangente.

3 Arcs paramétrés

L'étude des points stationnaires, des courbes asymptotes et des arcs définis par une équation polaire est hors programme (mais pas interdit) : il est indispensable de guider l'étudiant.

Questions de cours :

1. Un calcul de DL ou d'intégrale.
 2. L'étude d'un arc paramétré.
-

Exemples de DL pour s'entraîner :

Déterminer les DL suivants:

- | | | |
|--|---|--|
| 1. $DL_3(\pi/4)$ de $\sin x$ | 4. $DL_3(0)$ de $\ln\left(\frac{x^2+1}{x+1}\right)$ | 9. $DL_3(0)$ de $\sqrt{3+\cos x}$ |
| 2. $DL_3(1)$ de $\frac{\ln x}{x^2}$ | 5. $DL_3(0)$ de $\ln(1+\sin x)$ | 10. $DL_2(0)$ de $\frac{\arctan(x)}{\tan(x)}$ |
| 3. $DL_4(0)$ de $\operatorname{sh}(x)\operatorname{ch}(2x) - \operatorname{ch}(x)$ | 6. $DL_3(1)$ de $\cos(\ln(x))$ | 11. $DL_3(0)$ de $\ln\left(\frac{x^2+1}{x+1}\right)$ |
| | 7. $DL_3(0)$ de $\ln(1+\exp(x))$ | |
| | 8. $DL_3(0)$ de $\ln(2+\sin x)$ | |

Exemples d'arcs plans :

- | | | |
|---|---|--|
| 1. $\begin{cases} x(t) = \cos(3t) \\ y(t) = \sin(2t) \end{cases}$ | 3. $\begin{cases} x(t) = t - \sin(t) \\ y(t) = 1 - \cos(t) \end{cases}$ | |
| 2. $\begin{cases} x(t) = \cos^3(t) \\ y(t) = \sin^3(t) \end{cases}$ | 4. $\begin{cases} x(t) = 2\cos(t) + \cos(2t) \\ y(t) = 2\sin(t) + \sin(2t) \end{cases}$ | |

Courbes paramétrées :

