

Programme de colles MP 2016.

Semaine 10

1 Bilan - Fonctions d'une variable réelle

Dérivation, intégration, convexité, formules de Taylor et développements limités.
Révisions MPSI : théorème de Rolle et égalité des accroissements finis.

2 Arcs paramétrés

L'étude des points stationnaires, des courbes asymptotes et des arcs définis par une équation polaire est hors programme.

3 Séries numériques et vectorielles

Pas de séries doubles cette semaine.

Questions de cours :

1. Un calcul de DL.
 2. L'étude d'un arc paramétré.
 3. Exercice 5 de la banque CCP
 4. Exercice 6 de la banque CCP
 5. Exercice 7 de la banque CCP
 6. Exercice 40 de la banque CCP
-

Exemples de DL pour s'entraîner :

Déterminer les DL suivants:

1. $DL_3(\pi/4)$ de $\sin x$

2. $DL_3(1)$ de $\frac{\ln x}{x^2}$

3. $DL_4(0)$ de $\operatorname{sh}(x)\operatorname{ch}(2x) - \operatorname{ch}(x)$

4. $DL_3(0)$ de $\ln\left(\frac{x^2+1}{x+1}\right)$

5. $DL_3(0)$ de $\ln(1 + \sin x)$

6. $DL_3(1)$ de $\cos(\ln(x))$

7. $DL_3(0)$ de $\ln(1 + \exp(x))$

8. $DL_3(0)$ de $\ln(2 + \sin x)$

9. $DL_3(0)$ de $\sqrt{3 + \cos x}$

10. $DL_2(0)$ de $\frac{\arctan(x)}{\tan(x)}$

11. $DL_3(0)$ de $\ln\left(\frac{x^2 + 1}{x + 1}\right)$

Exemples d'arcs plans :

1. $\begin{cases} x(t) = \cos(3t) \\ y(t) = \sin(2t) \end{cases}$

2. $\begin{cases} x(t) = \cos^3(t) \\ y(t) = \sin^3(t) \end{cases}$

3. $\begin{cases} x(t) = t - \sin(t) \\ y(t) = 1 - \cos(t) \end{cases}$

4. $\begin{cases} x(t) = 2 \cos(t) + \cos(2t) \\ y(t) = 2 \sin(t) + \sin(2t) \end{cases}$

Corrigés :

1. $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}(x - \pi/4) - \frac{\sqrt{2}}{4}(x - \pi/4)^3 + o((x - \pi/4)^3)$
2. $-1 + x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{13}{6}x^3 - \frac{1}{24}x^4 + o(x^4)$
3. $-1 + x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{13}{6}x^3 - \frac{1}{24}x^4 + o(x^4)$
4. $-x + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 + o(x^3)$
5. $x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + o(x^3)$

6. $1 - \frac{1}{2}(x - 1)^2 + \frac{1}{2}(x - 1)^3 + o((x - 1)^3)$
7. $\ln 2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}x^2 + o(x^3)$
8. $\ln 2 + \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{24}x^3 + o(x^3)$
9. $2 - \frac{1}{8}x^2 + o(x^3)$
10. $1 - \frac{2}{3}x^2 + o(x^2)$
11. $-x + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 + o(x^3)$

Courbes paramétrées :

