Rapport de DL1 :

1. RAS.
2. **a.** RAS.

   b. On peut faire une récurrence. Attention : l'hérédité commence par "Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que P_n est vraie" et non par "Supposons que P_n est vraie ~~à partir d'~~un certain rang". En effet, si vous supposer P_n vraie pour tout $n \geq N$, il n'y a rien à prouver pour $n+1$...

   On peut aussi utiliser la formule du binôme de Newton, À CONDITION de mentionner que P_1 et P_2 commutent !!!
3. La question 2.b. incite à regarder $\sqrt{4}P_1 + \sqrt{9}P_2$.

   On peut aussi chercher une matrice $B = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{pmatrix}$ telle que $B^2 = A$. On peut même se dire que B pourrait être triangulaire inférieure comme A, ce qui réduit le nombre d'inconnues.

   Les plus savants ont finalement perdu un peu de temps en diagonalisant la matrice A.
4. La matrice A est de format (3,3). Il est raisonnable de résoudre le système $(A - \lambda I_3)X = 0$ et de chercher les valeurs λ telles que ce système n'est pas inversible ! Surtout que le système obtenu est triangulaire inférieur !!!

   Cette question peut donc être rapidement rédigée sans utiliser d'arguments de déterminant ou de polynôme caractéristique...
5. Moins abordée, souvent maladroitement, alors qu'il suffit d'utiliser les hypothèses : on sait que pour tout k, $f^k = \sum \lambda_i^k p_i$. Donc une combinaison linéaire des f^k est égale à la même combinaison linéaire des $\sum \lambda_i^k p_i$. Si on fait la distinction entre un scalaire (λ_i) et une application linéaire (p_i), le résultat en découle en 3 lignes... Attention à ne pas écrire des choses qui n'ont pas de sens !
6. Lorsque la question est abordée, elle est plutôt bien faite.
7. **a.** Idem

   b. Idem
8. **a.** Peu pensent à écrire que $e = f^0$. Le reste en découle.

   b. Une question b. utilise généralement la question a....

   On doit démontrer l'égalité entre deux ensembles. L'autre inclusion étant facile, il suffit donc de montrer que $E \subset \sum Im(p_i)$. Traduisez cette inclusion : il suffit de montrer que $\forall x \in E, x \in \sum Im(p_i)$. Que faire avec $x \in E$? l'injecter dans la relation de la question précédente. Ici encore , si on donne un sens à $x = \sum p_i(x)$, on comprend que la question est résolue...

   Le reste de la partie est peu abordé.

Troisième partie :

13. La difficulté réside dans la définition du produit scalaire. Il faut faire le reste, mais NE PAS EXPEDIER la démonstration de ce caractère défini !

    Ici, tout réside encore dans la ligne indispensable : $x = \sum p_i(x)$... Il suffit donc de montrer que tous les $p_i(x)$ sont nuls, ce qui est en général assez bien fait...

    La fin du problème est peu abordée.

Problème 2 :

1. Gros méli-mélo sur cette question. Encore une fois, si j'ai dit qu'on pouvait la regarder, c'est que c'est abordable avec des outils de 3/2 !!!

   PIÈGE : ça ressemble à une série de Riemann. En réalité, c'est une série de Riemann ALTERNÉE !!! (regardez bien les signes des termes de la série).

   Lorsqu'on étudie la convergence une série, on commence toujours par regarder si le terme général tend vers 0. Ici, ce n'est pas le cas pour $x \leq 0$. Il y a donc divergence grossière et c'est fini ! (on ne doit pas parler de séries de Riemann)

   Attention : pas de théorème de comparaison avec des séries alternées : les 5/2 doivent savoir qu'on ne fait que dire de grosses bêtises !
2. Les plus savants peuvent répondre en quelques lignes à toutes les questions 2.a., 2.b., ... , 2.e en utiliser le critère spécial des séries alternées. Ici, le but est d'en détailler la preuve dans un cas particulier, donc pas de précipitation...

   a. La majorité comprend que les sommes se télescopent, mais ATTENTION à l'exposant du (-1) pour obtenir les bons signes.

   Certains oublient de vérifier que $\lim u_{2k-1} - u_{2k} = 0$ et c'est regrettable ! Revoir la définition de suites adjacentes.

   b. C'est une capacité du programme de MPSI de savoir <u>démontrer</u> que si les suites extraites (u_{2k}) et (u_{2k+1}) sont convergentes vers une même limite, alors (u_n) converge vers cette limite commune.

   Pour cela, il est de bon ton d'utiliser les ε.

   La suite du pb est peu abordée.