

Exercice d'informatique

On s'intéresse au problème des cordes vibrantes. Une corde tendue est fixée en deux points d'abscisses 0 et L . On l'écarte de sorte que chaque point de la corde d'abscisse x se trouve à l'ordonnée $u_0(x)$. On laisse ensuite la corde vibrer librement. On note $u(x, t)$ l'ordonnée de chaque point de la corde en l'abscisse x au temps t . Les conditions initiales et les conditions aux limites s'expriment par :

$$\begin{cases} \forall t \geq 0, u(0, t) = 0 \\ \forall t \geq 0, u(L, t) = 0 \\ \forall x \in [0, L], u(x, 0) = u_0(x) \\ \forall x \in [0, L], \frac{\partial}{\partial t} u(x, t) = 0 \end{cases}$$

Une étude physique permet d'établir que u obéit à l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$\forall (x, t) \in [0, L] \times \mathbb{R}_+, \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x, t) - \alpha^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, t) = 0.$$

avec α une constante.

On cherche à approcher des solutions à ce problème par deux méthodes différentes et indépendantes.

Utilisation des séries de Fourier :

Si u_0 est décomposable en série de Fourier sous la forme :

$$\forall x \in [0, L], u_0(x) = \sum_{k=1}^{+\infty} c_k \sin\left(\frac{k\pi x}{L}\right),$$

avec

$$c_k = \frac{2}{L} \int_0^L \sin\left(\frac{k\pi x}{L}\right) u_0(x) dx,$$

alors une étude mathématique permet, sous des hypothèses physiquement raisonnables, d'établir qu'il existe des solutions de la forme

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{+\infty} c_k \sin\left(\frac{k\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{Ck\pi t}{L}\right)$$

avec C une constante.

On suppose disposer des fonctions `sin`, `cos` et de la constante `pi`.

1. Proposer une fonction `integrer(f, a, b, n)` permettant de donner une valeur approchée de $\int_a^b f$ par une méthode de rectangles de pas $(b - a)/n$.
2. Connaissez vous une autre méthode de calcul de $\int_a^b f$ un peu plus performante ? Si oui, modifier votre fonction `integrer(f, a, b, n)` en conséquence.
3. Écrivez une fonction `coeff_fourier(u0, k, L)` qui donne le coefficient de Fourier c_k de la fonction `u0`.
4. Écrivez la fonction `solution_corde(u0, L, N, C, x, t)` qui étant donné une condition initiale `u0` de notre problème calcule la somme partielle jusqu'au terme `N` de la série solution u au point (x, t) .
5. Déterminer en fonction de n la complexité de votre fonction `integrer(f, a, b, n)` en nombre d'opérations arithmétiques (sommes, produits...)
6. Déterminer en fonction de N la complexité `solution_corde(u0, L, N, C, x, t)`.

BASES DE DONNÉES

1.

Ce fichier INSEE.sqlite contient 3 tables nommées *communes*, *depts* et *rg*.

Voici les attributs et leurs significations :

- Pour la table *communes* :

Code = CODGEO ; Région = REG ; Département = DEP ; Nom = LIBGEO ; Population en 2009 = P09_POP ; Population en 1999 = P99_POP ; Superficie = SUPERF ; Naissances entre 1999 et 2009 = NAI9909 ; Décès entre 1999 et 2009 = DECE9909 ; Ménages en 2009 = P09_MEN ; Naissances en 2011 = NAIS11 ; Décès en 2011 = DECE11 ; Logements en 2009 = P09_LOG ; Résidences principales en 2009 = P09_RP ; Résidences secondaires et logements occasionnels en 2009 = P09_RSECOCC ; Logements vacants en 2009 = P09_LOGVAC ; Res. princ. Propriétaires en 2009 = P09_RP_PROP ; Revenu net déclaré foyer fiscal en 2009 = RNETFF09 ; Nb de foyers fiscaux en 2009 = NBFF09 ; Nb de foyers fiscaux imposables en 2009 = NBFFI09 ; Médiane revenu fiscal/ménage en 2010 = MEDRFUC10 ; Emplois en 2009 = P09_EMPLT ; Emplois salariés en 2009 = P09_EMPLT_SAL ; Emplois en 1999 = P99_EMPLT ; Pop 15-64 ans en 2009 = P09_POP1564 ; Chomeurs en 2009 = P09_CHOM1564 ; Actifs en 2009 = P09_ACT1564

- Pour la table *depts* :

Code = CODGEO ; Région = REG ; Nom = LIBGEO ; Population estimée en 2012 = POPEST12 ; Emploi estimé en 2010 = EMPESTIM10 ; Taux de chômage 3eme trimestre 2012 = TCHOMB3T12

- Pour la table *rg* :

Code = CODGEO ; Nom = LIBGEO ; Taux de chômage 3eme trimestre 2012 = TCHOMB3T12

2. Obtenir le contenu de la table *depts* puis de la table *rg*.

3. Obtenir les noms et population en 2009 de toutes les communes du territoire de Belfort.

4. Obtenir les nom et population en 2009 des communes de plus de 200.000 habitants.

5. Obtenir les nom et numéro de département des communes où la médiane du revenu fiscal ménage en 2010 est supérieure à 40.000 euros.

6. Obtenir les nom et population en 2009 de toutes les communes d'Indre et Loire dont la population a augmenté de plus de 1000 habitants entre 1999 et 2009.

7. Obtenir les noms, population en 2009, superficie et numéro de département des communes métropolitaines de plus de 200 km².

8. Obtenir les noms et numéro de départements de communes de plus de 30.000 habitants en 2009 dans lesquelles le nombre de naissances en 2011 est inférieur au nombre de décès.

9. Quelle est le nombre maximum de logements vacants dans une commune ?

10. Renommer Numéro, Nom et Taux de chômage ceux de la table région et afficher celle ci. Afficher ensuite avec ces mêmes noms les régions dont le taux de chômage est inférieur à 9%.

11. Afficher une table d'attributs Nom, Population des communes de population non nulle et inférieure à 10 habitants en 2009.

12. Obtenir le nom et la département des communes de plus de 200.000 habitants en 2009.

13. Obtenir la superficie, le nom, le département et la région des communes métropolitaines de superficie supérieure à 200 km².

14. Afficher la même chose en faisant trier les surfaces.

15. Afficher la liste triée par population décroissante des populations, nom, départements et région des communes métropolitaines de population supérieure à 100.000 habitants en 2009.
16. Quel est le nombre d'actifs en Indre et Loire ?
17. Afficher le nombre d'actifs de chaque région.
18. Ajouter une colonne à la table rg et entrer la superficie de chaque région.
19. Afficher le classement des régions en nombre d'actifs au km².
20. Comparer au classement de régions en taux de chômage au 3eme trimestre 2012.