Exercices en temps libre : Semaine 5

Exercice 1 :

On note $A = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Calculer le polynôme caractéristique de A.

2. La matrice A est-elle diagonalisable ?

3. Déterminer un vecteur X tel que $A^2X \neq 0$ et en déduire que A est semblable à $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Exercice 2 :

On note $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ et $P = X^5 + X + 1$.

Résoudre l'équation $P(M) = B$ en diagonalisant la matrice B.

Exercice 3 :

Résoudre les systèmes différentiels $X' = AX$ puis $Z' = BZ$ avec A et B les matrices des exercices 1 et 2.

Exercices en temps libre : Semaine 5

Exercice 1 :

On note $A = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Calculer le polynôme caractéristique de A.

2. La matrice A est-elle diagonalisable ?

3. Déterminer un vecteur X tel que $A^2X \neq 0$ et en déduire que A est semblable à $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Exercice 2 :

On note $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ et $P = X^5 + X + 1$.

Résoudre l'équation $P(M) = B$ en diagonalisant la matrice B.

Exercice 3 :

Résoudre les systèmes différentiels $X' = AX$ puis $Z' = BZ$ avec A et B les matrices des exercices 1 et 2.