Exercices en temps libre : Semaine 0

Exercice MPSI :
Soient $f : E \mapsto F$ et $g : F \mapsto G$ deux applications.

1. Montrer que si $g \circ f$ est injective et f surjective, alors g est injective.

2. Montrer que si $g \circ f$ est surjective et g est injective, alors f est surjective.

Exercice 1 :
On note $\star$ la loi interne dans $G = \mathbb{C} \times \mathbb{R}$ définie, pour tous $(z,t),(z',t') \in G$ par :

$$(z,t) \star (z',t') =' z + z', t + t' + Im(\overline{z}z')).$$

Montrer que $(G,\star)$ est un groupe. Est-il commutatif ?

Exercice 2 :
Soient $(G,\cdot)$ un groupe, e son neutre, $a,b \in G$ tels que $ba = ab^2$ et $ab = ba^2$. Montrer que $a = b = e$

Exercice 3 :
Montrer que les groupes $(\mathbb{Z},+)$ et $(\mathbb{Z}^2,+)$ ne sont pas isomorphes.

Exercices en temps libre : Semaine 0

Exercice MPSI :
Soient $f : E \mapsto F$ et $g : F \mapsto G$ deux applications.

1. Montrer que si $g \circ f$ est injective et f surjective, alors g est injective.

2. Montrer que si $g \circ f$ est surjective et g est injective, alors f est surjective.

Exercice 1 :
On note $\star$ la loi interne dans $G = \mathbb{C} \times \mathbb{R}$ définie, pour tous $(z,t),(z',t') \in G$ par :

$$(z,t) \star (z',t') =' z + z', t + t' + Im(\overline{z}z')).$$

Montrer que $(G,\star)$ est un groupe. Est-il commutatif ?

Exercice 2 :
Soient $(G,\cdot)$ un groupe, e son neutre, $a,b \in G$ tels que $ba = ab^2$ et $ab = ba^2$. Montrer que $a = b = e$

Exercice 3 :
Montrer que les groupes $(\mathbb{Z},+)$ et $(\mathbb{Z}^2,+)$ ne sont pas isomorphes.

Exercices en temps libre : Semaine 0

Exercice MPSI :
Soient $f : E \mapsto F$ et $g : F \mapsto G$ deux applications.

1. Montrer que si $g \circ f$ est injective et f surjective, alors g est injective.

2. Montrer que si $g \circ f$ est surjective et g est injective, alors f est surjective.

Exercice 1 :
On note $\star$ la loi interne dans $G = \mathbb{C} \times \mathbb{R}$ définie, pour tous $(z,t),(z',t') \in G$ par :

$$(z,t) \star (z',t') =' z + z', t + t' + Im(\overline{z}z')).$$

Montrer que $(G,\star)$ est un groupe. Est-il commutatif ?

Exercice 2 :
Soient $(G,\cdot)$ un groupe, e son neutre, $a,b \in G$ tels que $ba = ab^2$ et $ab = ba^2$. Montrer que $a = b = e$

Exercice 3 :
Montrer que les groupes $(\mathbb{Z},+)$ et $(\mathbb{Z}^2,+)$ ne sont pas isomorphes.